ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

# ការអនុវត្តវិធីសាស្រ្តបង្រៀនតាមបែប Bloom´s Taxonomy និងវិធីបញ្ជ្រាបការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាព

# ( Bloom´s Taxonomy & ESD )

## លើមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា

ប្រើប្រាស់ថវិកាគម្រោងអភិវឌ្ឍន៍វិស័យអប់រំមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ (USESDP)

ឆ្នាំ២០២០

# មុខកថា

ទស្សនវិស័យអប់រំនាសតវត្សរ៍ទី២១ បាននាំមកនូវវឌ្ឍនភាពទាំងផ្នែកវិទ្យាសាស្ត្រ និងបច្ចេកវិទ្យាឌីជីថល ដែលជាមូលដ្ឋានគ្រឹះក្នុងការអភិវឌ្ឍសង្គម និងសេដ្ឋកិច្ច។ ឆ្លើយតបទៅនឹងទស្សនៈខាងលើនេះ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានយកចិត្តទុកដាក់លើការបណ្តុះបណ្តាល និងការអភិវឌ្ឍធនធានមនុស្សប្រកបដោយចីរភាព ដោយដាក់ចេញនូវគោលដៅជាអាទិភាព សម្រាប់ការធ្វើកំណែទម្រង់វិស័យអប់រំ ឈរលើសសរស្តម្ភចំនួន៥ រួមមាន៖ (១)ការអនុវត្តគោលនយោបាយគ្រូបង្រៀន (២)ការវាយតម្លៃ (៣)ការងារអធិការកិច្ច (៤)កម្មវិធីសិក្សា និងបរិស្ថានសិក្សា និង (៥)ឧត្តមសិក្សា។ ការធ្វើកំណែទម្រង់គ្រូបង្រៀន និងកម្មវិធីសិក្សា គឺដើម្បីធានាឱ្យកម្ពុជាមានការអប់រំប្រកបដោយគុណភាព មានធនធានមនុស្សប្រកបដោយសមត្ថភាពវិជ្ជាជីវៈ និងដើម្បីឆ្លើយតបទៅនឹងតម្រូវការទីផ្សារពលកម្ម។

ទ្រឹស្តីនៃការរៀននិងបង្រៀន វិធីសាស្ត្របង្រៀន វិធីបង្រៀន និងយុទ្ធវិធីបង្រៀនល្អៗ សម្រាប់លើកកម្ពស់ឧត្តមភាពគ្រូបង្រៀន និងគុណភាពនៃការសិក្សា ត្រូវបានរៀបចំឡើងទៅតាមទស្សនៈ និងចក្ខុវិស័យថ្មីៗ ដោយបានធ្វើការសំយោគចំណេះដឹងពីទ្រឹស្តីអប់រំបែបស្ថាបនានិយម កម្រិតគិតបស់ប្លូមតាក់សូណូមី និងវិធីសាស្ត្របង្រៀនបច្ចុប្បន្នរបស់ប្រទេសមួយចំនួនក្នុងតំបន់ និងសាកលលោក ដើម្បីឱ្យសិស្សានុសិស្សទទួលបានវិជ្ជាសម្បទា បំណិនសម្បទាចរិយាសម្បទា និងកាយសម្បទា។

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សង្ឃឹមថាគ្រប់ស្ថាប័នពាក់ព័ន្ធទាំងអស់ នឹងចូលរួមគាំទ្រអនុវត្តវិធីសាស្ត្របង្រៀនទាំងអស់នេះ ដើម្បីពង្រឹងសក្តានុពលរបស់គ្រូបង្រៀនគ្រប់កម្រិតសិក្សា និងអភិវឌ្ឍជំនាញវិជ្ជាជីវៈគ្រូបង្រៀនឱ្យកាន់តែបានល្អប្រសើរឡើង។

ក្រសួង សូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅ និងកោតសរសើរចំពោះគណៈកម្មការអភិវឌ្ឍវិធីសាស្ត្របង្រៀន គ្រូឧទ្ទេស និងលោកគ្រូ-អ្នកគ្រូ ដែលបានខិតខំប្រឹងប្រែងយកអស់កម្លាំងកាយចិត្ត និងប្រាជ្ញា ធ្វើឱ្យស្នាដៃដ៏មានសារៈសំខាន់នេះសម្រេចបាន ដើម្បីជាប្រយោជន៍ដល់សង្គមជាតិយើង។

ថ្ងៃ [illegible] ខែ [illegible] ឆ្នាំជូត ទោស័ក ព.ស. ២៥៦៤

រាជធានីភ្នំពេញ ថ្ងៃទី ១៤ ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ២០២០

**រដ្ឋមន្ត្រីក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា**

**បណ្ឌិតសភាចារ្យ ហង់ជួន ណារ៉ុន**

# អារម្ភកថា

ការបង្រៀន និងរៀនប្រកបដោយប្រសិទ្ធភាព ស្របតាមវត្ថុបំណងដែលបានកំណត់គឺជាក្តីរំពឹងរបស់អ្នកអប់រំគ្រប់រូប។ ហើយការបង្រៀននិងរៀននេះគឺជាអន្តរអំពើរវាងគ្រូ និងសិស្ស។ សិស្សគឺជាកម្មវត្ថុដ៏សំខាន់មួយ ក្នុងការទទួលយកចំណេះដឹង ប៉ុន្តែការគិតរបស់ពួកគេអាចមានកម្រិតពុំស្មើគ្នាទេហើយនោះ គឺជារឿងចាំបាច់ដែលអ្នកអប់រំគួរតែស្វែងយល់ ដើម្បីជាជំនួយក្នុងការរៀបចំកម្មវិធីសិក្សាលម្អិត (syllabuses) វិធីសាស្រ្តបង្រៀន (Methodologies) ការវាយតម្លៃ ការរៀន និងបង្រៀន (Assessment) និងកិច្ចតែងការបង្រៀន (lesson Plan) ឱ្យ ឆ្លើយតបទៅនឹងកម្មវិធីសិក្សាគោល (Curriculums) របស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា ។

ដោយយោងលើបញ្ហានេះទើបក្រុមគ្រូឧទ្ទេសមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យាដែល ជាគ្រូបង្គោលថ្នាក់ជាតិបានសម្រេចលើកយកខ្លឹមសារ "**ការអនុវត្តទ្រឹស្តី Bloom's Taxonomy ក្នុងការបង្រៀន និងរៀន**" ទៅក្នុងកម្មវិធីវិក្រិតការគ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យាថ្នាក់ជាតិដើម្បី ធ្វើឲ្យសិក្ខាកាមអាចបញ្ជាបខ្លឹមសារវិធីសាស្រ្ត ទាំងនេះដល់គ្រូបង្រៀន គណិតវិទ្យានៅតាមសាលាវិទ្យាល័យនានានៅទូទាំងរាជធានីខេត្ត នៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា។ ពិតណាស់ ទ្រឹស្តីប្លូមត្រូវមានរកឃើញដោយលោក Benjamin Bloom (1950s) ដែលក្នុងនោះមាន (១) ចំណេះដឹង (knowledge) (២) ការយល់ (comprehension) (៣) ការអនុវត្ត (application) (៤) ការវិភាគ (analysis) (៥) ការសំយោគ (synthesis) (៦) ការវាយតម្លៃ (evaluation)។ ក្រោយមកត្រូវបានកែសម្រួលដោយលោក Lorin Anderson(1990s) ដែលរួមមាន (១) ចងចាំ (remembering) (២) យល់ (understanding) (៣) អនុវត្តន៍ (applying) (៤) វិភាគ (analyzing) (៥) វាយតម្លៃ (evaluating) (៦) បង្កើតថ្មី (creating)។ ការអនុវត្តទ្រឹស្តី នេះជាជួយឱ្យការបង្រៀន និងរៀនទទួលបានប្រសិទ្ធិភាពខ្ពស់ ។

យើងខ្ញុំសង្ឃឹមថា សិក្ខាកាមទាំងអស់ដែលជាគ្រូគណិតវិទ្យាដែល កំពុងបង្រៀននៅកម្រិតអនុវិទ្យាល័យឡើងទៅការនឹងព្យាយាមស្តាប់ ការពន្យល់របស់គ្រូឧទ្ទេសដោយយកចិត្តទុកដាក់ និងសិក្សាស្វែងយល់អត្ថន័យដោយខ្លួនឯងពី ការបង្រៀនតាមទ្រឹស្តី Bloom's Taxonomy នេះដើម្បីក្រេបជញ្ជក់យកខ្លឹមសារ និងគំរូនៃ ការបង្រៀនថ្មីៗ ទុកជាមុនក្នុងការបណ្តុះបណ្តាលគ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យានៅតាមវិទ្យាល័យបន្ត និងបណ្តុះបណ្តាលដល់សិស្សរបស់ខ្លួនឱ្យក្លាយជាសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា និងរៀនពូកែលើមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យាថែមទៀតផង។

យើងខ្ញុំដែលជាគ្រូឧទ្ទេសគណិតវិទ្យាទាំងអស់នៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ មានការរីករាយនឹងទទួលយកនូវការរិះគន់ទាំងឡាយ ដើម្បីកែលម្អរពីសំណាក់លោកគ្រូអ្នកគ្រូ ជាពិសេសសិក្ខាកាម ចំពោះចំណុចខ្វះខាត និងកំហុសឆ្គងក្នុងការរៀបចំឯកសារនេះឡើង ដោយអចេតនារបស់ក្រុមយើងខ្ញុំ ។

**១.គណៈកម្មការគ្រប់គ្រង**

១-ឯកឧត្តមបណ្ឌិតសភាចារ្យ **ហង់ជួន ណារ៉ុន** រដ្ឋមន្ត្រីក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

២-ឯកឧត្តមបណ្ឌិតសភាចារ្យ **ណាត ប៊ុនរឿន** រដ្ឋលេខាធិការក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

៣-ឯកឧត្តមបណ្ឌិត **សៀង សុវណ្ណា** នាយកនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

៤-លោក **ឌី បុណ្ណា** នាយករងនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

៥-លោកស្រី **ប៊ុន សុផានី** នាយិការងនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

៦-លោក **ថៃ ហេង** នាយករងនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

**២. គណៈកម្មការនិពន្ធ រៀបរៀង និងចងក្រងសៀវភៅ**

១-គ្រូឧទ្ទេស **គណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រ** វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

២-គ្រូបង្រៀន **គណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រ** សាលាជំនាន់ថ្មី

**២. គណៈកម្មការត្រួតពិនិត្យ និងកែលម្អ**

១-លោក **ម៉ៅ សារឿន** ប្រធានដេប៉ាតឺម៉ង់អប់រំនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

២-លោក **ចេង ថុន** អនុប្រធានដេប៉ាតឺម៉ង់អប់រំនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

៣-លោក **គីម លាង** អនុប្រធានដេប៉ាតឺម៉ង់អប់រំនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

# មាតិកា


បុព្វកថា ... i

អារម្ភកថា ... ii

មេរៀនទី១ ៖ វិធីបង្រៀនតាមបែប Bloom's Taxonomy ... 1

១.១. កម្រិតនៃការគិតទាំង៦ របស់លោក Benjamin Bloom (1950s) ... 1

១.២. ហេតុអ្វីបានជាចាំបាច់ត្រូវប្រើប្រាស់កម្រិតនៃការគិតរបស់លោក ប្លូម? ... 1

១.៣. ការអនុវត្តទ្រឹស្តី Bloom ... 2

១.៤. វិធីសាស្ត្រក្នុងការប្រើប្រាស់កម្រិតគិតរបស់ Bloom រួមមាន៖ ... 2

១.៥. កិរិយាស័ព្ទសំខាន់ៗមួយចំនួននៃគំនិតការគិតទាំង៦របស់ ... 2

១.៥.១.កម្រិតចងចាំ ... 3

១.៥.២.កម្រិតយល់ ... 3

១.៥.៣. កម្រិតអនុវត្តន៍ ... 4

១.៥.៤. កម្រិតវិភាគ ... 5

១.៥.៥. កម្រិតវាយតម្លៃ ... 6

១.៥.៦. កម្រិតបង្កើតថ្មី ... 7

គំរូកិច្ចតែងការបង្រៀនថ្នាក់ទី១០ ... 17

មេរៀនទី២ ៖ តក្កវិទ្យា ... 21

២.១.សំណើ ... 21

២.២.សំណើសមាស ... 21

២.៣.ឈ្នាប់តក្កវិទ្យា ... 21

២.៣.១ ឈ្នាប់និង $(\wedge)$ ... 21

២.៣.២. ឈ្នាប់ឬ $(\vee)$ ... 22

២.៣.៣. ឈ្នាប់មិន $(^{-})$ ឬ $(\neg)$ ... 22

២.៣.៤. ឈ្នាប់នាំឱ្យ $(\Rightarrow)$ ... 23

២.៣.៥. ឈ្នាប់សមមូល (⇔) ....................................................................................24
២.៤. ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់ ....................................................................................24
២.៤.១. សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់ ....................................................................................24
២.៤.២. សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម ....................................................................................25
២.៤.៣ សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត ....................................................................................26
២.៤.៤ សម្រាយបញ្ជាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ ....................................................................................26
២.៤.៥. សម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ ....................................................................................27
២.៤.៦. សម្រាយបញ្ជាក់តាមអនុមានរួមគណិតវិទ្យារបស់លោក Péano (Italy) ....................................................................................28
មេរៀនទី៣ ៖ ការអប់រំប្រែកបដោយនិរន្តរភាព ....................................................................................38
៣.១. លក្ខណៈទូទៅ ....................................................................................38
៣.២. ការអប់រំប្រែកបដោយនិរន្តរភាពជាអ្វី? ....................................................................................38
៣.៣. ប្រវត្តិនៃការអប់រំប្រែកបដោយនិរន្តរភាព( ESD) ....................................................................................39
៣.៤. ធាតុសំខាន់នៃការអប់រំប្រែកបដោយនិរន្តរភាព ( ESD) ....................................................................................39
៣.៥. សរសេរស្តម្ភនៃការអប់រំប្រែកបដោយនិរន្តរភាព( ESD) ....................................................................................40
៣.៦. ខ្លឹមសារបញ្ជ្រាបមេរៀនសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ....................................................................................41
កិច្ចតែងការបង្រៀនខ្លឹមសារការអនុវត្តន៍សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ....................................................................................43
កិច្ចតែងការបង្រៀនខ្លឹមសារការអនុវត្តន៍អនុគមន៍លោការីត ....................................................................................52
មេរៀនទី៤ ៖ ស្ថិតិ (STATISTICS) ....................................................................................57
៤.១.និយមន័យស្ថិតិ ( Definition of Statistics ) ....................................................................................57
៤.២.ប៉ូពុយឡាស្យុង និងគំរូ ....................................................................................57
៤.៣. ការតាងប្រេកង់ជាក្រាប ....................................................................................61
៤.៤. មធ្យមភាគ ឬ រង្វាស់តម្លៃកណ្តាល (*Average or Measure or Central Tendency*) ....................................................................................61
៤.៤.១ ម៉ូត (Mode) ....................................................................................61
៤.៤.២. មធ្យម ឬមធ្យមនព្វន្ត( Mean or Arithmetic average ) គេតាងដោយ $\left(\overline{X}\right)$ ....................................................................................62
៤.៤.៣. មេដ្យាន( Median ) ....................................................................................63
៤.៤.៤. មធ្យមធរណីមាត្រ (Geometric Mean) ....................................................................................64

៤.៥. រង្វាស់ពង្រាយ(Measure of Dispersion) ....................64
៤.៥.១. រ៉េង់(Range) ....................64
៤.៥.២ គំលាតមធ្យម (Average Deviation or Mean Deviation ) ....................65
៤.៥.៣.វ៉ារ្យង់ (Variance ) ....................65
៤.៥.៤. គំលាតគំរូ (Sample Deviation ) ....................66

# មេរៀនទី១ ៖ វិធីបង្រៀនតាមបែប Bloom's Taxonomy

## ១.១. កម្រិតនៃការគិតទាំង៦ របស់លោក Benjamin Bloom (1950s)

កម្រិតនៃការគិត គឺជាផ្នែកមួយយ៉ាងសំខាន់នៅក្នុងកម្មវិធីសិក្សាគោល(Curriculums) កម្មវិធីសិក្សាលម្អិត (syllabuses) វិធីសាស្ត្របង្រៀន (Methodologies) ការវាយតម្លៃការរៀន និងបង្រៀន (Assessment)និងកិច្ចតែងការបង្រៀនដែលផ្តោតសំខាន់ទៅលើកម្រិតនៃការគិតរបស់សិស្ស។ ដោយហេតុដូច្នេះហើយ ទើបគ្រូបង្រៀនគ្រប់រូប ត្រូវដឹងថាតើកម្រិតនៃការគិតមួយណា ដែលពួកគាត់ចង់ បង្រៀនសិស្សនូវខ្លឹមសារមេរៀននីមួយៗ។ កម្រិតនៃការគិតបែប Bloom's Taxonomy នេះត្រូវបានកែ សម្រួលឡើងវិញដោយសិស្សរបស់លោក Benjamin Bloom ឈ្មោះលោក Lorin Anderson នាទសវត្ស ទី៩០។ ខាងក្រោមនេះ គឺជាតារាងប្រៀបធៀបនៃកម្រិតនៃការគិតតាម Bloom's Taxonomy៖

| **ពាក្យដើមទ្រឹស្តីប៊្លូម** (Bloom, 1950s) ⟶ | **ពាក្យថ្មីរបស់ទ្រឹស្តីប៊្លូម** (Anderson, 1990s) |
|---|---|
| ១) ចំណេះដឹង (knowledge) | ១) ចងចាំ (remembering) |
| ២) ការយល់ (comprehension) | ២) យល់ (understanding) |
| ៣) ការអនុវត្ត (application) | ៣) អនុវត្ត(applying) |
| ៤) ការវិភាគ (analysis) | ៤) វិភាគ (analyzing) |
| ៥) ការសំយោគ (synthesis) | ៥) វាយតម្លៃ (evaluating) |
| ៦) ការវាយតម្លៃ (evaluation) | ៦) បង្កើតថ្មី (creating) |

ការផ្លាស់ប្តូរពាក្យ

- ឈ្មោះក្រុមទាំង ៦ ត្រូវប្តូរពីនាមទៅជាកិរិយាសព្ទ
- ដោយសារតែកម្រិតនៃការសិក្សាឆ្លុះបញ្ចាំងពីកម្រិតនៃការគិតផ្សេងៗគ្នា ហើយការគិត គឺដំណើរការយ៉ាងសកម្មទើបកិរិយាសព្ទត្រូវបានគេប្រើប្រាស់
- ក្រុមរងនៃក្រុមធំទាំង៦ ក៏ត្រូវជំនួសដោយកិរិយាសព្ទ
- ក្រុមតូចខ្លះត្រូវបានកែសម្រួល
- កម្រិតចំណេះដឹងត្រូវបានដាក់ឈ្មោះឡើងវិញដោយ " កម្រិតចងចាំ

កម្រិតការយល់ដឹង ត្រូវបានជំនួសដោយកម្រិតយល់ដឹង និងការសំយោគត្រូវបានជំនួសដោយកម្រិតបង្កើតថ្មី ដើម្បីឆ្លុះបញ្ចាំងឱ្យកាន់តែប្រសើរពីធម្មជាតិនៃការគិត ។

(http://rite.ed.qut.edu.au/oz-teachernet/training/bloom.html(accessed July 2003); Pohl, 2000, p. 8)

## ១.២. ហេតុអ្វីបានជាចាំបាច់ត្រូវប្រើប្រាស់កម្រិតនៃការគិតរបស់លោក ប៊្លូម?

កម្រិតនៃការគិតរបស់លោក **ប៊្លូម** មានសារៈសំខាន់ដូចខាងក្រោម៖

ក) ដើម្បីរៀបចំកម្មវិធីសិក្សា

ខ) ដើម្បីសរសេរ និងកំណត់នូវវត្ថុបំណងមេរៀន

គ) ដើម្បីរកឱ្យឃើញនូវបំណិនពីងាយស្រួលទៅពិបាក

ឃ) ដើម្បីបន្ស៊ីវត្ថុបំណង ទៅនឹងវិធីសាស្ត្រ និងស្តង់ដាវាយតម្លៃឱ្យមានប្រសិទ្ធភាព

ង) ដើម្បីដាក់បញ្ចូលចំណេះដឹងដែលសិស្សត្រូវរៀន និងដំណើរការនៃការគិតឱ្យបានត្រឹមត្រូវ

ច) ដើម្បីសម្រួលការសួរសំណួរ

## **១.៣. ការអនុវត្តទ្រឹស្តី** Bloom

- សមស្របសម្រាប់ប្រើប្រាស់ក្នុងថ្នាក់រៀននីមួយៗ
- ពង្រីកការគិតរបស់សិស្សរហូតដល់គិតកម្រិតបែបខ្ពស់ (វិភាគ វាយតម្លៃ បង្កើតថ្មី)
- សិស្សអនុវត្តសកម្មភាពដូចជាៈ
  - សិស្សទាំងអស់ធ្វើកិច្ចការចាប់ពីកម្រិតចងចាំ និងយល់ឡើងទៅជ្រើសរើសយកយ៉ាងហោចណាស់សកម្មភាពមួយសម្រាប់កម្រិតនីមួយៗ
  - សិស្សខ្លះធ្វើកិច្ចការគិតកម្រិតទាប រីឯសិស្សខ្លះធ្វើកិច្ចការគិតកម្រិតខ្ពស់
  - សិស្សទាំងអស់ជ្រើសរើសសកម្មភាពពីគ្រប់កម្រិតគិតទាំង៦ សកម្មភាពខ្លះ ត្រូវបានដាក់ ឈ្មោះថា "សំខាន់ "ៗ រីឯសកម្មភាពខ្លះទៀតត្រូវបានដាក់ ឈ្មោះ ថា “ អាចជ្រើសរើសបាន ”
  - ដំណើរការគិតបង្ហាញពីការយកចិត្តទុកដាក់ពិសេស ឧ.ប្រៀបធៀប (ធ្វើការងារជាមួយ សិស្សទាំងអស់ ក្រុមតូច ឬជាបុគ្គល)
  - សិស្សខ្លះទៀត ធ្វើកិច្ចការតាមរយៈកម្រិតគិតថ្នាក់ទាប និងបន្ទាប់មកអាចរៀបចំសកម្មភាពផ្ទាល់ខ្លួនរបស់គេនៅក្នុងកម្រិតគិតថ្នាក់ខ្ពស់
  - រាល់សិស្សទាំងអស់សរសេរកិច្ចការផ្ទាល់ខ្លួនរបស់ពួកគេចេញពីកម្រិត នៃការគិតទាំង៦ របស់Bloom (Black, 1988, p. 23)។

## **១.៤. វិធីសាស្ត្រក្នុងការប្រើប្រាស់កម្រិតគិតរបស់** Bloom **រួមមានៈ**

1) ការសិក្សារបស់សិស្ស និងគ្រូបង្រៀន គួរបញ្ចូលកម្រិតគិតទាំង៦ របស់ Bloom តាមលទ្ធភាព ដែលអាចធ្វើទៅបាននៅក្នុងគ្រប់មេរៀន ឬម៉ោងសិក្សានីមួយៗ។ គោលបំណង គឺនាំសិស្សទៅរកកម្រិត គិតថ្នាក់ខ្ពស់។ ដូច្នេះការរៀន និងបង្រៀនរបស់អ្នក គួរធានាថា សិស្សទាំងអស់មានឱកាសបង្ហាញការ គិតកម្រិតខ្ពស់។
2) សិស្សទាំងអស់ត្រូវចាប់ពីកម្រិតចងចាំ និងយល់ ជាមុនសិន។ បន្ទាប់មកជ្រើសរើសសកម្មភាព យ៉ាងហោចណាស់ឱ្យបានមួយពីកម្រិតអនុវត្ត វិភាគ វាយតម្លៃ និងបង្កើតថ្មី។
3) ក្នុងពេលជាមួយគ្នា សិស្សខ្លះអាចធ្វើកិច្ចការពីកម្រិតចងចាំ និងយល់ រីឯសិស្សដទៃទៀត អាច ធ្វើកិច្ចការចាប់ពីកម្រិតអនុវត្ត វិភាគ វាយតម្លៃ សំយោគ និងបង្កើតថ្មី។
4) សិស្សទាំងអស់ អាចជ្រើសរើសសកម្មភាពពីកម្រិតណាមួយក៏បាន។

## **១.៥. កិរិយាស័ព្ទសំខាន់ៗមួយចំនួននៃគំនិតការគិតទាំង៦របស់**

ខាងក្រោមនេះជាកិរិយាស័ព្ទ ដែលកំណត់ពីកម្រិតនៃការគិតរបស់ លោក ប្លូមៈ

### ១.៥.១.កម្រិតចងចាំ

ចងចាំព័ត៌មាន និងគំនិត មានដូចជា៖ ចងចាំ និយាយឡើងវិញ ស្គាល់ រាយនាម ពណ៌នាម កំណត់ភិនភាគ កំណត់ឈ្មោះ កំណត់ទីតាំង ស្វែងរក តភ្ជាប់ បង្ហាញ បែងចែក ឱ្យឧទាហរណ៍ ធ្វើតាម គូរតាម ដកស្រង់ សំដី ថាតាម ចេះ ចែកក្រុម អាន សរសេរ ។ល។

**ឧទាហរណ៍៖** តើសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតមានរាងដូចម្តេច?

**គ្រូបង្រៀនគួរ៖**

ក) បង្ហាញព័ត៌មានអំពីប្រធានបទដល់សិស្ស

ខ) សួរសំណួរដែលទាមទារឱ្យសិស្សចងចាំនូវព័ត៌មានដែលគ្រូបានបង្រៀន

គ) ផ្តល់ឱ្យសិស្សនូវអត្ថបទផ្ទាល់មាត់ ឬជាលាយល័ក្ខណ៍អក្សរអំពីមុខវិជ្ជាដែលសិស្សត្រូវឆ្លើយតាមរយៈការចងចាំព័ត៌មានដែលសិស្សបានរៀន

| សំណួរគំរូ | សកម្មភាពសិស្ស និងលទ្ធផលសិក្សា |
|---|---|
| • តើអ្នកចង់ចាំអំពី...ដែរឬទេ?<br>• តើអ្នកស្គាល់...ដោយរបៀបណា?<br>• តើអ្នកឱ្យនិយមន័យ...តាមរបៀបណាដែរ?<br>• តើអ្នកជ្រើសរើសយកអ្វីដែរ?<br>• រៀបរាប់អ្វីដែលកើតឡើងនៅពេល...?<br>• តើ...នៅកន្លែងណាដែរ?<br>• តើមួយណាដែរ?<br>• តើនរណាគេ?<br>• ចូររាយនាម...?<br>• តើ...អ្វី?<br>• តើអ្នកអាចដាក់ឈ្មោះ...?<br>• ។ល។ | • ធ្វើធ្វើបញ្ជីនៃព្រឹត្តិការណ៍សំខាន់ៗ<br>• តារាងពេលវេលា<br>• ធ្វើតារាងស្តីពីព័ត៌មានពិត<br>• សរសេរបញ្ជីព័ត៌មានដែលអ្នកចងចាំ<br>• រាយនាម...ដែលមាននៅក្នុងអត្ថបទ<br>• ធ្វើតារាងបង្ហាញ |

### ១.៥.២.កម្រិតយល់

អាចយល់ពីគំនិតសំខាន់ អាន បកប្រែ ឬសង្ខេបគំនិតសំខាន់ មានដូចជា៖ បកប្រែ ឱ្យឧទាហរណ៍ សង្ខេប ទាយ ធ្វើចំណាត់ថ្នាក់ ប្រៀបធៀប ពន្យល់ ពិភាក្សា ។ល។

**ឧទាហរណ៍៖** ចូរឱ្យឧទារហណ៍ពីសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត។

**គ្រូបង្រៀនគួរគប្បី៖**

ក) សួរសំណួរ ដែលសិស្សអាចឆ្លើយដោយខ្លួនឯង តាមរយៈការនិយាយពីការពិត ឬស្គាល់គំនិតសំខាន់

ខ) ដាក់តេស្តដល់សិស្សដោយផ្អែកលើអ្វីដែលសិស្សបានរៀននៅក្នុងថ្នាក់

| សំណួរគំរូ | សកម្មភាពសិស្ស និងលទ្ធផលសិស្សា |
|---|---|

| | |
|---|---|
| • តើអ្នកអាចប្រៀបធៀប...ដោយរបៀបណា?<br>• តើអ្នករកភាពខុសគ្នា...ដោយរបៀបណា?<br>• តើអ្នកពន្យល់អត្ថន័យឱ្យបានច្បាស់...ដោយរបៀបណា?<br>• តើអ្នកធ្វើឱ្យមានភាពទូទៅ...ដោយរបៀបណា?<br>• តើអ្នកសំដែងអារម្មណ៍...ដោយរបៀបណា?<br>• តើអ្នកអាចសន្និដ្ឋានអ្វីបានដែរពី...?<br>• តើអ្នកសង្កេតឃើញអ្វីដែរ...?<br>• តើអ្នកស្គាល់ភិនភាគ...ដោយរបៀបណា?<br>• ចូរបកស្រាយលើ...<br>• តើនឹងមានអ្វីកើតឡើងប្រសិនបើ...?<br>• តើអ្វីទៅជាគោលគំនិតនៃ...?<br>• តើអ្នកអាចនិយាយអ្វីបានដែរអំពី...?<br>• តើអ្នកអាចឱ្យឧទាហរណ៍នូវអ្វីដែលអ្នកចង់និយាយ ដែរឬទេ?<br>• តើអ្នកអាចឱ្យនិយមន័យនៃ...ដែរឬទេ? | • គូររូបភាពដើម្បីបង្ហាញពីព្រឹត្តិការណ៍ជាក់លាក់ណាមួយ<br>• បង្ហាញពីអ្វីដែលអ្នកគិតថាជា គោលគំនិតសំខាន់<br>• ធ្វើជារូបភាពតុក្កតាដើម្បីបង្ហាញពីលំដាប់លំដោយនៃព្រឹត្តិការណ៍<br>• ចូរសរសេរ និងសំដែងរឿង<br>• និយាយរឿងឡើងវិញដោយប្រើពាក្យផ្ទាល់ខ្លួនរបស់អ្នក<br>• រៀបចំតារាងព្រឹត្តិការណ៍<br>• រៀបចំសៀវភៅផាត់ពណ៌ |

### ១.៥.៣. កម្រិតអនុវត្តន៍

អនុវត្តន៍គំនិតអរូបីដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហា ឬធ្វើឱ្យវាទាក់ទងទៅនឹង បទពិសោធន៍ដែលមានស្រាប់របស់សិស្ស មានដូចជា៖ អនុវត្តន៍ ប្រើប្រាស់ គណនា បំប្លែង ធ្វើ ផ្លាស់ប្តូរ សម្ភាសន៍ បង្ហាញ ប្រមូលផ្តុំ ដោះស្រាយ កសាង ។ល។

**ឧទាហរណ៍៖** រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ $y = \sin x$ ។

### គ្រូបង្រៀនគួរគប្បី៖

ក) ផ្តល់ឱកាសឱ្យសិស្សដើម្បីប្រើប្រាស់គំនិតទ្រឹស្តី ឬវិធីសាស្ត្រនៃការដោះស្រាយបញ្ហា និងអនុវត្តគំនិតទ្រឹស្តី ឬវិធីសាស្ត្រនៃការដោះស្រាយបញ្ហាទាំងនោះទៅក្នុងស្ថានភាពថ្មី

ខ) ពិនិត្យឡើងវិញនូវស្នាដៃរបស់សិស្សដើម្បីធានាថាគ្រូបង្រៀនកំពុងប្រើប្រាស់វិធីសាស្ត្រ នៃការដោះស្រាយបញ្ហាដោយឯករាជ្យ

គ) ផ្តល់សំណួរដែលទាមទារឱ្យសិស្សចេះកំណត់និយមន័យ និងដោះស្រាយបញ្ហា

| សំណួរគំរូ | សកម្មភាពសិស្ស និងលទ្ធផលសិក្សា |
|---|---|
| • តើវិធានការអ្វីខ្លះដែលអ្នកមានដើម្បីធ្វើ_____?<br>• តើអ្នកអភិវឌ្ឍ_ដោយរបៀបណាដើម្បីបង្ហាញ_?<br>• តើអ្នកនឹងជ្រើសរើសមធ្យោបាយអ្វីផ្សេងទៀតដើម្បី__?<br>• តើលទ្ធផលនឹងក្លាយទៅជាអ្វីដែរប្រសិនបើ___? | • បង្កើតនៅគំរូដើម្បីបង្ហាញអំពីរបៀបដែលវានឹងដំណើរការ<br>• បង្កើតសៀវភៅក្បាឯកសារទុក<br>• ប្រមូលរូបថតផ្សេងៗ ដើម្បីបង្ហាញពីចំណុចជាក់លាក់ណាមួយ |

| | |
|---|---|
| • តើអ្នកបង្ហាញដោយរបៀបណាដែរ____?<br>• តើអ្នកផ្លាស់ប្តូរដោយរបៀបណាដែរ____?<br>• តើអ្នកកែសម្រួលដោយរបៀបណាដែរ___?<br>• តើអ្នកអភិវឌ្ឍដោយរបៀបណាដែរ___?<br>• ហេតុអ្វីបានជា___មានប្រសិទ្ធភាព?<br>• តើអ្នកប្តូរពី___ទៅ___ដោយរបៀបណា?<br>• តើរឿងនេះអាចកើតមានឡើងដែរឬទេនៅក្នុង_?<br>• តើអ្នកអាចធ្វើចំណាត់ក្រុមតាមលក្ខណៈសម្បត្តិដូចជា____ដែរឬទេ?<br>• តើផ្នែកអ្វីខ្លះដែលអ្នកនឹងផ្លាស់ប្តូរ ប្រសិនបើ__?<br>• តើអ្នកអាចយកវិធីសាស្ត្រដែលអ្នកបានរៀនទៅប្រើប្រាស់ក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃរបស់អ្នកដែរឬទេ?<br>• តើសំណួរអ្វីដែលអ្នកនឹងសួរ___?<br>• តាមរយៈព័ត៌មានផ្តល់ឱ្យតើអ្នកអាចបង្កើតការណែនាំមួយចំនួនអំពី___ដែរឬទេ?<br>• តើព័ត៌មាននេះនឹងមានសារៈសំខាន់ដែរឬទេប្រសិនបើ___? | • បង្កើតល្បែងល្បងប្រាជ្ញាដែលប្រើប្រាស់គំនិតដែលបានមកពីការសិក្សា<br>• ធ្វើរូបភាពពីជីវិតដ្ឋ<br>• គូររូបភាពព្យួរនឹងជញ្ជាំងដោយប្រើប្រាស់សម្ភារឧបទេសដដែលៗ<br>• សរសេរសៀវភៅស្តីអំពី...សម្រាប់អ្នកដទៃអាន |

### ១.៥.៤. កម្រិតវិភាគ

បំបែកគំនិតឱ្យទៅជាផ្នែកតូចៗនិងចេះបង្ហាញពីទំនាក់ទំនងនៃផ្នែកទាំងនោះ មានដូចជា៖ ប្រៀបធៀប រៀបចំ រកឱ្យឃើញ បញ្ចូល ធ្វើពិសោធ ត្រួតពិនិត្យ ចោទសួរ សាកសួរ ស៊ើបអង្កេត ស្រាវជ្រាវ រិះគន់ ។ល។

**គ្រូបង្រៀនគួរគប្បី៖**

ក) ទុកពេលឱ្យសិស្សបានពិនិត្យមើលពីគោលគំនិតនានា និងចេះបំបែកគំនិតឱ្យទៅជាផ្នែកតូចៗជាមូលដ្ឋាន។

ខ) តម្រូវឱ្យសិស្សពន្យល់ថាតើហេតុអ្វីបានជាពួកគេជ្រើសរើសវិធីសាស្ត្រដោះស្រាយបញ្ហាបែបនេះនិងហេតុអ្វីបានជាដំណោះស្រាយមួយនេះមានប្រសិទ្ធភាព?

| សំណួរគំរូ | សកម្មភាពសិស្ស និងលទ្ធផលសិក្សា |
|---|---|
| • តើអ្នកអាចប្រៀបធៀបផ្នែកដែលខុសប្លែកពីគ្នាដោយរបៀបណា?<br>• តើអ្នកមានការបកស្រាយយ៉ាងដូចម្តេចដែរសម្រាប់...?<br>• តើ...ជាប់ទាក់ទងជាមួយ...ដោយរបៀបណាដែរ?<br>• ចូរពិភាក្សាពីចំណុចគាំទ្រ និងចំណុចបដិសេធនៃ...?<br>• តើអ្នកអាចប្រៀបធៀបផ្នែកទាំងអស់នេះតាមលំដាប់លំដោយដោយរបៀបណា? | • រៀបចំកម្រងសំណួរដើម្បីប្រមូលព័ត៌មាន<br>• ធ្វើសង្កេតដើម្បីបង្កើតព័ត៌មានថ្មីសម្រាប់គាំទ្រទស្សនៈមួយ<br>• បង្កើតតារាង ( flow chart ) បង្ហាញពីដំណាក់កាលសំខាន់ៗ |

| | |
|---|---|
| • តើអ្វីជាការវិភាគនៃ...?<br>• តើអ្នកអាចធ្វើសេចក្តីសន្និដ្ឋាន...បានដែរឬទេ?<br>• តើគំនិតអ្វីខ្លះដែលធ្វើឱ្យ...មានសុពលភាព?<br>• តើអ្នកអាចពន្យល់អំពី...យ៉ាងដូចម្តេច?<br>• តើអ្នកអាចគូសបញ្ជាក់អំពី...?<br>• តើអ្វីទៅជាបញ្ហាជាមួយនឹង...?<br>• ហេតុអ្វីបានជាអ្នកគិតថា...?<br>• តើមានហេតុការណ៍អ្វីខ្លះដែលអាចកើតមានឡើង?<br>• តើវាប្រហាក់ប្រហែលទៅនឹង...ដូចម្តេច?<br>• អ្វីទៅជាមូលហេតុនៃបញ្ហា...?<br>• តើអ្នកអាចមើលឃើញលទ្ធផលរំពឹងទុកអ្វីខ្លះ?<br>• ហេតុអ្វីបានជា...មានការផ្លាស់ប្តូរ?<br>• តើអ្នកអាចប្រៀបធៀប...របស់អ្នកជាមួយនឹងអ្វីដែលបានធ្វើបទបង្ហាញនៅក្នុង...?<br>• តើអ្នកអាចពន្យល់ថា តើមានអ្វីនឹងកើតនៅពេលដែល...?<br>• តើ...ស្រដៀងនឹង...យ៉ាងដូចម្តេច?<br>• តើអ្វីជាបញ្ហាខ្លះក្នុងចំណោមបញ្ហានៃ...?<br>• តើអ្នកអាចបែងចែកឲ្យដាច់ស្រឡះពីគ្នារវាង...? | • បង្កើតក្រាហ្វិកដើម្បីបកស្រាយទិន្នន័យដែលបានប្រមូល<br>• បង្កើតដើមឈើគំនិតដើម្បីបង្ហាញពីទំនាក់ទំនង។<br>• ដាក់តាំងបង្ហាញ ពីខ្លឹមសារមេរៀន<br>• សរសេរជីវប្រវត្តិរបស់អ្នកសិក្សា<br>• រៀបចំរបាយការណ៍សិក្សា<br>• ពិនិត្យ និងកែលម្អស្នាដៃសិល្បៈឡើងវិញ<br>• វាយតម្លៃខ្សែភាពយន្ត |

### ១.៥.៥. កម្រិតវាយតម្លៃ

ធ្វើការកាត់ក្តី ឬវាយតម្លៃអំពីគំនិត និងសម្ភារឧបទេសប្រើប្រាស់តាម ស្តង់ដា និងលក្ខណៈវាតម្លៃនានា ដើម្បីគាំទ្រនូវគំនិតទាំងនោះ មានដូចជា៖ ត្រួតពិនិត្យ បង្កើតសម្មតិកម្ម រិះគន់ ធ្វើពិសោធន៍ កាត់ក្តី ធ្វើតេស្ត ពិនិត្យតាមដាន ព្យាករណ៍ ដាក់ពិន្ទុ ការពារ បដិសេធ សម្រេចចិត្ត ។ល។

**គ្រូបង្រៀនគួរគេប្បីៈ**

ក) ផ្តល់ឱកាសឲ្យសិស្សធ្វើការកាត់ក្តី ឬវាយតម្លៃដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យសមស្រប

ខ) ឲ្យសិស្សបង្ហាញឲ្យមើលថា ពួកគេអាចកាត់ក្តី រិះគន់ ឬបកស្រាយនូវដំណើរការ សម្ភារឧបទេស វិធីសាស្រ្ត ។ល។ ទាំងនោះ ដោយប្រើប្រាស់ស្តង់ដា និងលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យ នានា

| សំណួរគំរូ | សកម្មភាពសិស្ស និងលទ្ធផលការសិក្សា |
|---|---|
| • តើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យអ្វីខ្លះដែលអ្នកប្រើប្រាស់ដើម្បីវាយតម្លៃ...?<br>• តើគេបានប្រើទិន្នន័យអ្វីខ្លះដើម្បីវាយតម្លៃ...?<br>• តើអ្នកគួរមានជម្រើសអ្វីខ្លះ?<br>• តើអ្នកកំណត់តថភាពតាមរបៀបណា? | • រៀបចំបញ្ជីលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដើម្បីវាយតម្លៃ...<br>• ចូរពិភាក្សាអំពីបញ្ហាដែលអ្នកចូលចិត្ត...<br>• ចូររៀបចំកសារអំពីរូបមន្តសំខាន់៥។<br>• ចូរបញ្ចុះបញ្ចូលអ្នកដទៃ |

| | |
|---|---|
| • តើអ្វីជាចំណុចសំខាន់បំផុតនៃ...?<br>• តើអ្នកអាចមានមតិយោបល់អ្វីដែរឬទេ?<br>តើអ្នកធ្វើចំណាត់ថ្នាក់...ដោយវិធីណា?<br>• តើអ្វីជាគំនិតរបស់អ្នកស្ដីអំពី...?<br>• តើអ្នកអាចផ្ទៀងផ្ទាត់...តាមវិធីណា?<br>• តើព័ត៌មានអ្វីខ្លះដែលអ្នកប្រើប្រាស់ដើម្បីកំណត់អាទិត្យភាពនៃ...?<br>• ចូរវាយតម្លៃពី...<br>• ធ្វើចំណាត់ថ្នាក់សារៈសំខាន់នៃ...<br>• ចូរកំណត់នូវតម្លៃនៃ...·<br>• តើមានដំណោះស្រាយដែលល្អជាងដើម្បី...<br>• វិនិច្ឆ័យតម្លៃនៃ...ដែលអ្នកគិតអំពី...?<br>• តើអ្នកអាចការពារគោលជំហររបស់អ្នកអំពី...បានដែរឬទេ?<br>• តើអ្នកគិតថា...ជារឿងល្អឬអាក្រក់?<br>• តើអ្នកនឹងដោះស្រាយ...តាមវិធីណា?<br>• តើការផ្លាស់ប្ដូរអ្វីខ្លះចំពោះ...ដែលអ្នកអាចផ្ដល់ជាអនុសាសន៍បាន?<br>• តើអ្នកជឿដែរ ឬទេ?<br>• តើអ្នកគឺជាមនុស្ស...ដែរ ឬទេ?<br>• តើអ្នកមានអារម្មណ៍យ៉ាងណា ប្រសិនបើ...<br>• តើ...មានប្រសិទ្ធភាពរបៀបណា? | • ចូរបង្កើតគណៈកម្មការមួយដើម្បី ពិភាក្សាអំពីគំនិតផ្សេងៗ (ឧ.ការសិក្សានៅសាលារៀន)<br>• ចូរសរសេរសំបុត្រទៅ...ដើម្បីឲ្យដំបូន្មាន លើការផ្លាស់ប្ដូរដែលចាំបាច់ នាំទៅដល់....<br>• ·សរសេររបាយការណ៍<br>• រៀបចំករណីមួយដើម្បីធ្វើបទបង្ហាញនូវទស្សនៈ របស់អំពី..... |

## ១.៥.៦. កម្រិតបង្កើតថ្មី

ចេះផ្គុំនូវចំណេះដឹងផ្សេងៗ ដើម្បីបង្កើតនូវចំណេះដឹងរួមមួយនឹងកសាងនូវទំនាក់ទំនង នានា សម្រាប់ស្ថានភាពថ្មីៗ មានដូចជា៖ តាក់តែង បង្កើត ធ្វើផែនការ ផលិត សរសេរ រៀបចំ ផ្គុំ ចងក្រង អភិវឌ្ឍ ព្យាករណ៍ ស្នើសុំ ។ល។

**គ្រូបង្រៀនគួរគេច្បិះ**

ក) ផ្ដល់ឱកាសឲ្យសិស្សបានសំយោគនូវចំណេះដឹង ដោយប្រើប្រាស់នូវជំនាញ នៃការគិត និងការដោះស្រាយបញ្ហា

ខ) តម្រូវឲ្យសិស្សបានបង្ហាញឲ្យឃើញថា ពួកគេអាចប្របាច់បញ្ចូលគ្នានូវគោលគំនិតនានា ដើម្បីកសាងនូវគំនិតថ្មីសម្រាប់ស្ថានភាពថ្មី

| សំណួរគំរូ | សកម្មភាពសិស្ស និងលទ្ធផលសិក្សា |
|---|---|
| • តើជម្រើសអ្វីខ្លះទៀតដែលអ្នកអាចស្នើសុំសម្រាប់...? | • បង្កើតម៉ាស៊ីនដើម្បីធ្វើការងារមួយ |

| | |
|---|---|
| • តើការផ្លាស់ប្តូរអ្វីខ្លះដែលអ្នកមានដើម្បីកែលម្អ...?<br>• តើអ្នកនឹងពន្យល់ហេតុផល...តាមវិធីណា?<br>• តើអ្នកបង្កើតផែនការណាមួយតាមវិធីណាដែរ?<br>• តើអ្នកអាចបង្កើតអ្វីបាន...?<br>• តើតថភាពអ្វីខ្លះដែលអ្នកអាចប្រមូលបាន...?<br>• ចូរព្យាករណ៍ពីលទ្ធផល ប្រសិនបើ...?<br>• តើនឹងមានអ្វីកើតឡើង ប្រសិនបើ...?<br>• តើអ្នកបង្ហាញ...តាមវិធីណា?<br>• ចូរបង្កើតវិធីសាស្ត្រមួយដើម្បី....?<br>• តើអ្នកចងក្រងព័ត៌មានពិតសម្រាប់...តាមវិធីណា?<br>• តើអ្នកពន្យល់បកស្រាយដោយផ្អែកលើហេតុផល...តាមរបៀបណា?<br>• តើអ្នកកែលម្អ.....តាមវិធីណា?<br>• តើអ្នកអាចតាក់តែង ឬរៀបចំ....ឲ្យក្លាយទៅជា...បានដែរឬទេ?<br>• ហេតុអ្វីបានជាមិនសរសេរបទចម្រៀងសម្រាប់...?<br>• ប្រសិនបើអ្នកមានសិទ្ធប្រើប្រាស់ធនធានទាំងអស់ តើអ្នកនឹងដោះស្រាយតាមវិធីណា?<br>• ហេតុអ្វីបានជាអ្នកមិនកែលម្អវិធីសាស្ត្ររបស់អ្នកដើម្បីដោះស្រាយ...?<br>• តើនឹងមានអ្វីកើតឡើង ប្រសិនបើ...?<br>• តើមានវិធីសាស្ត្រប៉ុន្មានដែលអ្នកអាច...?<br>• តើអ្នកអាចបង្កើតអ្វីដែលថ្មី និងចម្លែកសម្រាប់...? | • គូសប្លង់អគារមួយដើម្បីធ្វើជាកន្លែងស្នាក់នៅសម្រាប់សិក្សា<br>• បង្កើតផលិតផលថ្មី។ ដាក់ឈ្មោះផលិតផល និងធ្វើផែនការទីផ្សារ<br>• សរសេរអំពីអារម្មណ៍របស់អ្នកទាក់ទងទៅនឹង...<br>• សរសេរកម្មវិធីទូរទស្សន៍ រឿងល្ខោន ការសំដែង ចម្រៀង ស្តីអំពី...<br>• តាក់តែង និងរៀបចំគម្របកំណត់ហេតុ សៀវភៅទស្សនាវដ្តី សម្រាប់...<br>• បង្កើតលេខសម្ងាត់ភាសាថ្មី និងសរសេរឯកសារនានាដែលពាក់ព័ន្ធ<br>• ធ្វើពាណិជ្ជកម្ម<br>• កែលម្អវិធីសាស្ត្រដើម្បី...<br>• បង្កើតភាសាថ្មី និងប្រើវាជាឧទាហរណ៍ |

វិធីសាស្ត្រខ្លះៗ ក្នុងការប្រើប្រាស់កម្រិតគំនិតរបស់ Bloom’s Taxonomy រួមមាន៖

- វគ្គសិក្សារបស់សិស្ស និងគ្រូបង្រៀន គួរដាក់បញ្ចូលកម្រិតគិតទាំង៦របស់Bloom ប៉ុន្តែមិនចាំបាច់មានកម្រិតទាំង៦ នៅក្នុងគ្រប់មេរៀន ឬម៉ោងសិក្សានីមួយៗទេ។ គោលបំណង គឺនាំសិស្សទៅរកកម្រិតគិតថ្នាក់ខ្ពស់ ដោយហេតុដូច្នោះហើយវគ្គសិក្សារបស់អ្នកគួរតែធានាថាសិស្សទាំងអស់មានឪកាសបង្ហាញការគិតថ្នាក់ខ្ពស់របស់ពួកគេ។
- រាល់សិស្សទាំងអស់ធ្វើការចាប់ពីកម្រិតចងចាំ និងយល់ជាមុនសិន។ បន្ទាប់មកជ្រើសរើសសកម្មភាពយ៉ាងហោចណាស់ឲ្យបានមួយពីកម្រិតអនុវត្ត វិភាគ វាយតម្លៃ និងបង្កើតថ្មី។

- ក្នុងពេលជាមួយគ្នា សិស្សខ្លះអាចធ្វើកិច្ចការពីកម្រិតចងចាំ និងយល់ រីឯសិស្សដទៃទៀត អាចធ្វីកិច្ចការចាប់កម្រិតអនុវត្ត វិភាគ វាយតម្លៃ សំយោគ និងបង្កើតថ្មី។
- សិស្សទាំងអស់ អាចជ្រើសរើសសកម្មភាពពីកម្រិតណាមួយក៏បាន។ ដំណើរការនៃការគិត របស់ Bloom's Taxonomy បែកចេញជា៦ កម្រិតនៃការគិត។ កម្រិតនៃការគិតនៅក្នុងក្រឡោនទី១ អត្ថន័យនៅក្នុងក្រឡោនទី២ ឧទាហរណ៍នៃសំណួរសម្រាប់ការអានអត្ថបទសម្រាប់វិទ្យាសាស្រ្ត សង្គម គណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្រ្តពិត នៅក្រឡោនទី៣ ទី៤ និងទី៥។

| **ដំណើរការនៃការគិតរបស់** Bloom's Taxonomy | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **ដំណើរការនៃការគិត** | **អត្ថន័យ** | **វិទ្យាសាស្រ្តសង្គម** | **គណិតវិទ្យា** | **វិទ្យាសាស្រ្តពិត** |
| ចំណេះដឹង | ចងចាំព័ត៌មានពិត | តើសត្វទន្សាយបានធ្វើអ្វីខ្លះចំពោះសត្វកញ្ជ្រោង? | តើការ៉េនៃ១០០ស្មើប៉ុន្មាន? | តើរុក្ខជាតិជាអ្វី? |
| ការយល់ | បង្ហាញការយល់ដឹងពីព័ត៌មានដែលគេផ្តល់ឲ្យ | តើអ្នកគិតថាសត្វកញ្ជ្រោងបានលេងល្បិចដាក់សត្វទន្សាយឬ? | ចូរពន្យល់ពីរបៀបប្រើប្រាស់ការ៉េនៃ១០០ ដើម្បីបង្ហាញពហុគុណនៃ២។ | ចូររករូបភាពរុក្ខជាតិមួយ ហើយនិយាយថាតើអ្នកគិតថាវារុក្ខជាតិដែរឬទេ? |
| ការអនុវត្ត | ប្រើប្រាស់ចំណេះដឹង រូបមន្ត ឬ វិធីសាស្រ្ត ដែលមានពីមុន យកទៅអនុវត្ត ក្នុងស្ថានភាពថ្មី មួយទៀត | ប្រសិនបើសត្វកញ្ជ្រោងជួបអ្នកនៅមាត់ទន្លេ តើអ្នកត្រូវធ្វើយ៉ាងដូចម្តេចខ្លះ? | ពណ៌ក្នុងការ៉េ និងត្រីកោណ។ តើលំនាំគំរូបែបណាដែលអ្នកសង្កេតឃើញ | ចូររករូបភាពរុក្ខជាតិផ្សេងៗគ្នាឲ្យបានដប់។ រៀបពួកវាទៅក្នុងប្រភេទរុក្ខជាតិដែលមានផ្កា និងរុក្ខជាតិដែលមានផ្លែរឹង និងពណ៌ខៀវជានិច្ច។ |
| ការវិភាគ | បំបែកព័ត៌មានឲ្យទៅជាផ្នែកតូចៗដើម្បីរកការយល់ដឹង និងទំនាក់ទំនងរបស់វា ។ | តើមានផ្នែកអ្វីខ្លះដែលថា ហេតុអ្វីបានជាសត្វទន្សាយអាចមានកន្ទុយខ្លី? | ចូរប្រៀបធៀបពហុគុណនៃ២ និងពហុគុណនៃ៣ នៅការ៉េតែមួយ។ | ចូរប្រៀបធៀបរុក្ខជាតិដែលមានផ្កា ជាមួយនឹងរុក្ខជាតិដែលមានផ្លែរឹង និង ពណ៌ខៀវជានិច្ច។ តើពួកវាដូចគ្នា ឬខុសគ្នា? |
| ការសំយោគ | ចូរដាក់គំនិតទាំងនោះចូលទៅក្នុងរបៀបថ្មីមួយទៀតដើម្បីបង្កើតបានផលិតផលថ្មីមួយទៀត។ | តើរឿងនេះនឹងខុសគ្នាយ៉ាងដូចម្តេចដែរ ប្រសិនបើសត្វទន្សាយមិនបានលេងល្បិច | ចូរបង្កើតកូដពណ៌សម្រាប់តារាងកត្តា និងផលគុណសម្រាប់លេខ៣។ | ចូរប្រើប្រាស់លក្ខណៈសម្បត្តិនានារបស់រុក្ខជាតិដែលមានផ្កាសម្រាប់បង្កើតរុក្ខជាតិថ្មីមួយទៀត។ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | ដាក់សត្វកញ្ជ្រោងទេនោះ? | | |
| ការវាយតម្លៃ | វាយតម្លៃគុណភាពនៃសម្ភារៈ ឬគំនិតដោយឈរលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យថ្មីៗ | តើអ្នកគិតថាសត្វទន្សាយជាសត្វល្អ ឬអាក្រក់? ហេតុអ្វីបានជាអ្នកគិតដូច្នេះ? | តើក្នុងរបៀបអ្វីខ្លះដែលការ៉ែន១០០ប្រសើរជាងតារាងផលគុណ? | តើអ្នកគិតថារុក្ខជាតិរបស់អ្នកនឹងដុះនៅក្នុងទីធ្លារបស់អ្នកដែរឬទេ? ហេតុអ្វី? |

**សំណួរ**

១).តើកម្រិតនៃការគិតជាអ្វី?

២).តើកម្រិតនៃការគិតរបស់លោក ប្លូមមានប៉ុន្មានកម្រិត?អ្វីខ្លះ?

៣).ហេតុអ្វីបានជាចាំបាច់ត្រូវប្រើប្រាស់កម្រិតនៃការគិតរបស់លោក ប្លូម?

## ៦.គំរូតេស្ត និងតារាងលម្អិតនៃកម្រិតប្លូមលើតេស្តប្រចាំខែ

## គំរូតេស្តប្រចាំខែមករា

## មុខវិជ្ជា: គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១១

(រយៈពេល: ៥០នាទី, ពិន្ទុ:១០០)

| | |
|---|---|
| ឈ្មោះសិស្ស: ................................... <br> ថ្នាក់:............................................. <br> កាលបរិច្ឆេទ: ថ្ងៃ.........ទី.......ខែ........ឆ្នាំ........... | ពិន្ទុកិច្ចការ:........................................ពិន្ទុ <br> ពិន្ទុរចនាបថ:.....................................ពិន្ទុ <br> ពិន្ទុសរុប............................................ពិន្ទុ |

### លំហាត់

I.(20pt) ចូរជ្រើសរើសចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវតែមួយគត់៖

១) តួទី $n$ នៃស្វ៊ីត $-3,-1,1,3......$ កំណត់ដោយ

ក. $a_n = 2n-5$ ខ. $a_n = -3n$ គ. $a_n = -n-2$ ឃ. $a_n = n-4$

**ចម្លើយ៖** នៃសមីការ $4^{\,x} = \frac{1}{2}$ គឺ ក. $x = \frac{1}{2}$ ខ. $x = -\frac{1}{2}$ គ. $x = 2$ ឃ. $x = -2$

II.(30pt) គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត $(a_n)$: $1,4,7,10,13,....$

ក. កំណត់តួទូទៅនៃស្វ៊ីត $(a_n)$

ខ. កំណត់ផលបូក $n$ តួនៃស្វ៊ីត $(a_n)$

គ. គណនាផលបូក15 តួដំបូងនៃស្វ៊ីត $(a_n)$ ។

III.(30pt) គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \log\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$

ក.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។

ខ.ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = 1$ ។

គ.បង្ហាញថា $f(-x) = -f(x)$ , $\forall x \in D$ ។

IV.(20pt) ដោះស្រាយសមីការ $\log_3(x+2) + \log_3(x-2) = \log_3(2x-1)$

# តារាងលម្អិតនៃកម្រិតប្លូមលើតេស្តប្រចាំខែ មករា ឆ្នាំ ២០២០
# មុខវិជ្ជា: គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់ទី១១)
# រយៈពេល ៖ ៥០នាទី ៖ ពិន្ទុ១០០

| ផ្នែក | ល.រ សំណួរ | ចំនួនអ៊ីតឹម | លទ្ធផលសិក្សា ស្តង់ដារកម្មសិក្សា | ទម្រង់ | ប្រភេទចម្លើយ | កម្រិតប្លូម | កម្រិតលំបាក | ពិន្ទុ | រយៈពេល | ជំពូកមេរៀន |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ពិជគណិត | I. | 2 | • កំណត់តួទូទៅនៃស្ទីតនព្វន្ត<br>• ដោះស្រាយសមីការអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល | បិទ | ពហុជ្រើសរើស | 3 | មធ្យម | 20 | 10 | 1(2) និង 2(1) |
| | I. | 3 | • កំណត់តួទូទៅនៃស្ទីតនព្វន្ត<br>• កំណត់ផលបូកតួទី $n$ នៃស្ទីតនព្វន្ត<br>• គណនាផលបូក15តួនៃស្ទីត | បើក | វែង | 3 | លំបាក | 30 | 15 | 1(2) |
| | I. | 3 | • រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍លោការីត<br>• ដោះស្រាយសមីការលោការីត<br>• បង្ហាញថា $f(-x)=-f(x)$ | បើក | វែង | អ៊ីតឹម1 (កម្រិត2) និង អ៊ីតឹម 2,3 (កម្រិត3) | លំបាក | 30 | 15 | 2(2) |
| | /. | 1 | • ដោះស្រាយសមីការលោការីត | បើក | វែង | 4 | លំបាក | 20 | 10 | 2(2) |
| សរុប | 4 | 9 | | | | | | 100 | 50 | |

**៧. គំរូកិច្ចតែងការបង្រៀន**

**គំរូកិច្ចតែងការបង្រៀនថ្នាក់ទី១២**

**កាលបរិច្ឆេទ៖** ថ្ងៃទី...................ខែ........ឆ្នាំ......................

**មុខវិជ្ជា៖** គណិតវិទ្យា

**មេរៀន៖ ការដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលងាយៗ**

**រយៈពេល៖** ៥០ម៉ោង

I. **វត្ថុបំណង៖** (កម្រិតចងចាំ យល់ដឹង និងអនុវត្ត)

- **វិជ្ជាសម្បទា៖** រៀបរាប់បានពីរាងនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលងាយៗដែលអាចដោះស្រាយបាន
- **បំណិនសម្បទា៖** បំប្លែងសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់១ជារាងងាយអាចដោះស្រាយបាន
- **ចរិយាសម្បទា៖** មានមោទនភាពលើការសិក្សាដោយមានភាពងាយយល់បណ្តុះគំនិត និងចង់សិក្សាស្រាវជ្រាវបន្ត។

II. **ខ្លឹមសារ៖**

- រាងនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលងាយៗដែលអាចដោះស្រាយបាន
- ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលងាយតាមរាងនីមួយៗ។

III. **សម្ភារៈឧបទេស៖** ស្លាយ LCD សន្លឹកកិច្ចការ សៀវភៅសិស្សទំព័រទី....

IV. **វិធីសាស្ត្របង្រៀន៖** វិធីសាស្ត្របង្រៀនមិនផ្ទាល់

V. **ដំណើរការបង្រៀន**

| **សកម្មភាពគ្រូ** | **ខ្លឹមសារមេរៀន** | **សកម្មភាពសិស្ស** |
|---|---|---|
| **ជំហានទី១៖ រដ្ឋបាលថ្នាក់ (៣នាទី)** | | |
| • ពិនិត្យឯកសណ្ឋាន វិន័យអនាម័យ អវត្តមាន និង សណ្តាប់ធ្នាប់ | រដ្ឋបាលថ្នាក់ | • សិស្សស្មៀមស្មាត់ រាយការណ៍ និង គោរពវិន័យ |
| **ជំហានទី២៖ រំឭកមេរៀនចាស់ (៥នាទី)** | | |
| **កម្រិតចងចាំ និង យល់ដឹង**<br>• តើអ្វីជាព្រីមីទីវនិងអាំងទេក្រាលមិនកំណត់?<br>• រកអាំងទេក្រាលមិនកំណត់នៃអនុគមន៍(មានក្នុងកូលោនខ្លឹមសារ) | $f(x)=2x+3$ មានព្រីមីទីវជាអនុគមន៍:<br>$F(x)=x^2+3x+5$<br><br>$F(x)=x^2+3x+7$<br>$F(x)=x^2+3x-4$<br>$F(x)=x^2+3x+c$<br>ហៅថា *អាំងតេក្រាលមិនកំណត់* | សិស្សឡើងឆ្លើយដោយស្ម័គ្រចិត្តឬដោយហៅសួរ។<br>• សិស្សឡើងឆ្លើយដោយស្ម័គ្រចិត្តឬដោយហៅសួរ។<br>(ចម្លើយមានដូចក្នុងកូលោន) |

<table>
<tr><td></td><td>$eg: f(x)=2x-10$<br>$\Rightarrow F(x)=\int(2x-10)d(x)$<br>$=x^2-10x+c, c$<br><br>ហៅថា អាំងតេក្រាលមិនកំណត់<br>ដែលមានc ជាចំនួនថេរណាមួយក៏បាន</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">ជំហានទី ៣ ៖ "ការដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលងាយៗ" (៣០នាទី)</td></tr>
<tr><td>កម្រិតចងចាំ និងកម្រិតយល់ដឹង<br>• គ្រូពន្យល់ និងសរសេររាងសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលងាយដែលអាចដោះស្រាយបាន<br><br>កម្រិតអនុវត្តន៍ វិភាគ និងវាយតម្លៃ<br>• ចែកសិស្សជា៦ក្រុមមានគ្នា៤នាក់ពិភាក្សា និងសរសេរចម្លើយរៀងៗខ្លួន<br><br>• ចែកសិស្សជា៦ក្រុមមានគ្នា៤នាក់ ពិភាក្សាគ្នា និងសរសេរចម្លើយរៀងៗខ្លួន</td><td>១.រាងនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលងាយៗដែលអាចដោះស្រាយបានមាន៖<br>$(1) dy/dx$<br>$(2) g(y)dy/dx = f(x)$<br>$(3) dy/dx = f(\alpha x+\beta y+y)$<br>$(4) dy/dx = f(x/y)$<br>ឧទាហរណ៍១៖ ចូលលើកឧទាហរណ៍តាមរាងនីមួយៗខាងលើ<br>$(1)\frac{dy}{dx}=2(x+1)$<br>$(2) y\frac{dy}{dx}=e^x$<br>$(3)\frac{dy}{dx}=(x+y+1)^2$<br>$(4)\frac{dy}{dx}=1+\frac{y}{x}$<br>ឧទាហរណ៍២៖ ចូរសម្រួលសមីការរាងខាងលើជារាងដែលអាចដោះស្រាយបាន រួចដោះស្រាយសមីការ៖<br>(ចម្លើយព្រៀងទុកមាននៅក្នុងសន្លឹកកិច្ចការភ្ជាប់បន្ថែម)<br>ឧទាហរណ៍៣៖ ចូរសម្រួលសមីការរាងខាងក្រោមជារាងដែលអាចដោះស្រាយបាន៖ $(1)\ \frac{y}{x^2-3}=x+2$<br>$(2)\frac{dy}{dx}=4xy$<br>$(3)\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x-y}$</td><td>• សិស្សស្តាល់ដោយយកចិត្តទុកដាក់<br><br>• សិស្សពិភាក្សាគ្នា និងសរសេរចម្លើយរៀងៗខ្លួន<br>(ចម្លើយព្រៀងទុកមានក្នុងសន្លឹកកិច្ចការផ្សារភ្ជាប់បន្ថែម)<br><br>• សិស្សពិភក្សាគ្នា និងសរសេរចម្លើយរៀងៗខ្លួន</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>កម្រិត ចង់ចាំ យល់ អនុវត្ត វិភាគ វាយតម្លៃ និង បង្កតថ្មី<br>• ចែកសិស្សជា៦ក្រុមមានគ្នា៤នាក់ ពិភាក្សា និងសរសេរចម្លើយរៀងៗខ្លួន</td>
<td>$(4)\ \frac{dy}{dx}=\frac{x-y}{x+y}$<br>២. ដោះស្រាយសមីការឌីរ៉ង់ស្យែលតាមទម្រង់នីមួយដូចខាងក្រោម៖<br>$(1)\ \frac{dy}{dx}=2(x+1)$<br>$(2)\ y\frac{dy}{dx}=e^{x}$<br>$(3)\ \frac{dy}{dx}=\frac{x-y}{x+y}$</td>
<td>• សិស្សពិភាក្សាគ្នា សរសេរចម្លើយរៀងៗខ្លួន<br>(ចម្លើយព្រៀងទុកមានក្នុងសន្លឹកកិច្ចការផ្សារភ្ជាប់បន្ថែម)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">ជំហានទី៤ ៖ ពង្រឹងពុទ្ធិ (៧នាទី)</td>
</tr>
<tr>
<td>• សួរសំណួរទាក់ទងនិង មេរៀន និងហៅសិស្ស២-៣នាក់ឱ្យឡើងឆ្លើយ<br>• តើមេរៀនថ្ងៃនេះមានគំនិតសំខាន់អ្វីខ្លះ?</td>
<td>• ការដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលងាយៗ</td>
<td>• សិស្សឡើងឆ្លើយដោយស្ម័គ្រចិត្តឬដោយហៅសួរ</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">ជំហានទី៥ ៖ កិច្ចការផ្ទះ (៥នាទី)</td>
</tr>
<tr>
<td>កម្រិតចងចាំ / យល់ដឹង<br>អនុវត្ត / វិភាគ<br>(អាស្រ័យលើគ្រូ)<br>• កិច្ចការដែលឱ្យប្អូនៗធ្វើនេះត្រូវដាក់ពិន្ទុជាកិច្ចការផ្ទះ និងត្រូវឡើងបកស្រាយតាមក្រុម</td>
<td>១.ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ៥ និងលេខ ៧ ទំព័រទី១០៥ ។</td>
<td>• សិស្សស្តាប់ដោយយកចិត្តទុកដាក់</td>
</tr>
</table>

# គំរូកិច្ចតែងការបង្រៀនថ្នាក់ទី១០

**កាលបរិច្ឆេទ៖** ថ្ងៃអង្គារ ៤កើត ខែ កត្តិក ឆ្នាំជូត ទោស័ក ពស២៥៦៤ ត្រូវនឹងថ្ងៃទី២០ ខែតុលា ឆ្នាំ២០២០

**មុខវិជ្ជា៖** គណិតវិទ្យា

**ថ្នាក់ទី៖** ១០

**រយៈពេល៖** ៩០នាទី

**រៀបរៀង និងបង្រៀនដោយ៖**

I.**ខ្លឹមសារមេរៀន៖**

មេរៀនទី១៖ សមីការដឺក្រេទី២

១.៣ រូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២

ក.ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត្តិ

II.**វត្ថុបំណងនៃមេរៀន៖** ក្រោយរៀនចប់មេរៀនសិស្សអាច៖

- **វិជ្ជាសម្បទា៖** ប្រាប់បានពីរូបមន្តឌីសគ្រីមីណង់ក្នុងការដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត្តិ តាមរយៈពិភាក្សាក្រុម ក្រោមការសម្របសម្រួលរបស់គ្រូបានយ៉ាងត្រឹមត្រូវ
- **បំណិនសម្បទា៖** ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត្តិ តាមរយៈពិភាក្សាជាដៃគូ បានយ៉ាងត្រឹមត្រូវ
- **ចរិយាសម្បទា៖** សិស្សមានស្មារតីយកចិត្តទុកដាក់ និងចូលរួមយ៉ាងសកម្មក្នុងការរៀន។

III.**សម្ភារឧបទេស៖** ក្រដាស $A_0$ ហ្វឺត *slide* និង *LCD projector*

IV.**វិធីសាស្ត្របង្រៀន៖** តាមបែបគោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

V.**ដំណើរការបង្រៀន**

| សកម្មភាពគ្រូ | ខ្លឹមសារមេរៀន | សកម្មភាពសិស្ស |
|---|---|---|
| **ជំហានទី១៖** រដ្ឋបាលថ្នាក់ (៣នាទី) | | |
| • ពិនិត្យអនាម័យ វិន័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអវត្តមានសិស្ស | • ប្រមូលអារម្មណ៍សិស្ស | • តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍<br>• សិស្សដាក់ដៃលើតុ និងអង្គុយដោយ ស្ងៀមស្ងាត់ |
| **ជំហានទី២៖** កែរកិច្ចការផ្ទះ (១០នាទី) | | |

| | | |
|---|---|---|
| **កម្រិតយល់ដឹង អនុវត្តន៍ វិភាគ វាយតម្លៃ**<br>• សិស្ស៤នាក់បង្ហាញ ដំណោះស្រាយ | ដោះស្រាយសមីការ៖<br>$x^2+4x-5=0$<br>$(x^2-x)+(5x-5)=0$<br>$x(x-1)+5(x-1)=0$<br>$(x-1)(x+5)=0$<br>$x=1, x=-5$<br>ផ្ទៀងផ្ទាត់<br>• បើ $x=1 \Rightarrow 1^2+4(1)-5=0$<br>$\Rightarrow 0=0$ ពិត<br>• បើ $x=-5 \Rightarrow (-5)^2+4(-5)-5=0$<br>$\Rightarrow 0=0$ ពិត<br>ដូចនេះ $x=1, x=-5$ ជាឫសនៃសមីការ<br>$x^2+4x-5=0$ | **ចម្លើយសិស្ស**<br>$x_1=1, x_2=-5$ |
| **ជំហានទី៣៖** មេរៀនថ្មី (៤៥នាទី) | | |
| • គ្រូបែងចែកសិស្សជាក្រុមតូចៗដើម្បីពិភាក្សា<br>• គ្រូចែកក្រដាស $A_0$ និងហ្វឺតឲ្យតាមក្រុម<br>• ដោះស្រាយសមីការ $ax^2+bx+c=0$<br>**កម្រិតចង់ចាំ យល់ដឹង**<br>• តើ $x^2$មានមេគុណស្មើប៉ុន្មាន?<br>**កម្រិតវិភាគ**<br>• តើត្រូវធ្វើដូចម្តេចដើម្បីឲ្យសមីការ $ax^2+bx+c=0$មានមេគុណ $x^2$ ស្មើ1 ?<br>**កម្រិតអនុវត្ត និងវិភាគ**<br>• ចូរប្អូនបម្លែង $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ ឲ្យទៅជាទម្រង់$(a+b)^2$ ?<br>• ឱ្យសិស្សបង្ហាញចម្លើយ | **មេរៀនទី១៖ សមីការដឺក្រេទី២**<br>**១.៣.រូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២**<br>**ក.ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទិ២មានមួយអញ្ញាត្តិ**<br>ដោះស្រាយសមីការ $ax^2+bx+c=0$<br>**ដំណោះស្រាយ**<br>$ax^2+bx+c=0$<br>$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$<br>$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$<br>$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$<br>$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$<br>$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$<br>$x_1=-\frac{b}{2a}+\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}, x_2=-\frac{b}{2a}-\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$<br>$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ | • សិស្សចូលតាមក្រុមដើម្បីពិភាក្សារកចម្លើយ<br>• សិស្សទទួលសម្ភារៈ<br>• $x^2$មានមេគុណស្មើ$a$<br>• ចែកអង្គទាំងពីរនឹង $a$<br>• សិស្សបង្ហាញចម្លើយ |

| | | |
|---|---|---|
| • គ្រូនាំសិស្សទាញរករូបមន្តទូទៅ | កន្សោម $\Delta = b^2 - 4ac$ ហៅថាឌីគ្រីណង់នៃសមីការដឺក្រេទី២<br>**<u>ជាទូទៅ</u>**<br>ចម្លើយនៃសមីការ $ax^2 + bx + c = 0 \quad , a \neq 0$<br>តាមឌីគ្រីមីណង់ $\Delta = b^2 - 4ac$<br>i. ចំពោះ $\Delta > 0$ សមីការមានឫសពីរជាចំនួនពិតផ្សេងគ្នា<br>$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$<br>ii. ចំពោះ $\Delta = 0$ សមីការមានឫសឌុប<br>$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$<br>iii. ចំពោះ $\Delta < 0$ សមីការមានឫសពីរជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់គ្នាគឺ $x_1 = \frac{-b+i\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b-i\sqrt{\Delta}}{2a}$ | • សិស្សគិតនិងឆ្លើយ |
| **ជំហានទី៤៖** ពង្រឹងចំណេះដឹង (៣០នាទី) | | |
| **កម្រិតចង់ចាំ យល់ អនុវត្ត វិភាគ វាយតម្លៃ**<br>• ឱ្យសិស្សពិភាក្សាគ្នាដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត្តិ<br>**ចម្លើយ**<br>ដោះស្រាយសមីការ<br>$a / x^2 - 2x + 1 = 0$<br>$b / 3x^2 - 4x + 1 = 0$<br>$c / 2x^2 - 4x + 6 = 0$ | **លំហាត់**<br>ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត្តិ៖<br>$a / x^2 - 2x + 1 = 0$<br>$b / 3x^2 - 4x + 1 = 0$<br>$c / 2x^2 - 4x + 6 = 0$<br>**ចម្លើយ**<br>$a / x_1 = x_2 = 1 \quad (\Delta = 0)$<br>$b / x_1 = 1 \vee x_2 = \frac{1}{3} \quad (\Delta > 0)$<br>$c / x_1 = 1 - \sqrt{2i} \vee x_2 = 1 + \sqrt{2i} \quad (\Delta < 0)$ | • សិស្សគិតរួចផ្តល់ចម្លើយឱ្យគ្រូ<br>• សិស្សឡើងធ្វើលំហាត់ |
| **ជំហានទី៥៖** កិច្ចការផ្ទះ (២នាទី) | | |
| • ដាក់លំហាត់ឱ្យ<br>• សិស្ស ធ្វើនៅផ្ទះនិងណែនាំសិស្ស<br><br>**កម្រិតអនុវត្តន៍** | **លំហាត់**<br>ដោះស្រាយសមីការ<br>$a / 5x^2 - 3x - 8 = 0$<br>$b / x^4 - 2x^2 + 5 = 0$ | • សិស្សកត់ត្រាលំហាត់ និងស្តាប់ការណែនាំ |

| | | |
|---|---|---|
| ដោះស្រាយសមីការ<br>$a/\ 5x^2-3x-8=0$<br>$b/\ x^4-2x^2+5=0$ | | |

# មេរៀនទី២ ៖ តក្កវិទ្យា

## ២.១.សំណើ

**និយមន័យ៖** សំណើ គឺកន្សោមគណិតវិទ្យា ឬសញ្ញាដេរីវេ ឬអំណះអំណាងទាំងឡាយណាដែលគេអាចសម្រេចបានថា ពិត ឬមិនពិត។ ភាពពិត ឬមិនពិតនៃសំណើហៅថាតម្លៃភាពពិតនៃសំណើ។

សម្គាល់ គេតាងឈ្មោះនៃសំណើដោយអក្សរ $p,q,r,.......$។

**ឧទាហរណ៍៖** $p$:"$4+5>3$"ជាសំណើ (សំណើពិត)

$q$:"គរុនិស្សិតជំនាន់ទី១៨ នៃ NIE សុទ្ធតែបុគ្គលិក" ជាសំណើ (សំណើមិនពិត)

$r$:"តើលោកអញ្ជើញទៅណា?" មិនមែនជាសំណើ (មិនអាចសំរេចបានថាពិត ឬមិនពិត)

## ២.២.សំណើសមាស

**និយមន័យ៖** សំណើសមាស គឺជាការភ្ជាប់ (ឬផ្សំ) នៃពីរ ឬច្រើនសំណើដោយឈ្នាប់ និង $(\wedge)$ ឈ្នាប់ឬ $(\vee)$ ឈ្នាប់នាំឱ្យ $(\Rightarrow)$ ឬឈ្នាប់សមមូល $(\Leftrightarrow)$។

**ឧទាហរណ៍២៖** "$5>4$ ឬ $5=4$"ជាសំណើសមាស

"20 ជាចំនួនគត់ និង 20 ជាពហុគុណនៃ 2 " ជាសំណើសមាស

ដើម្បីសិក្សាតម្លៃភាពពិតនៃសំណើទាំងឡាយយើងប្រើសញ្ញា និងតារាងភាពពិតដូចខាងក្រោម៖

| $p$ |
|---|
| $T$ ពិត |
| $F$ មិនពិត |

ឬ

| $p$ |
|---|
| $1$ ពិត |
| $0$ មិនពិត |

**ប្រតិបត្តិ៖** ចូរជ្រើសរើសអំណះអំណាងដែលជាសំណើក្នុងចំណោមអំណះអំណាងខាងក្រោម និង កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើទាំងនោះ។

ក."អនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x_0$ សុទ្ធតែមានដេរីវេត្រង់ $x_0$ "

ខ." 24 ចែកដាច់នឹង 4 "

គ."ថ្ងៃស្អែកនឹងមានខ្យល់ព្យុះខ្លាំងបំផុតនៅអាស៊ី "

## ២.៣.ឈ្នាប់តក្កវិទ្យា

### ២.៣.១ ឈ្នាប់និង$(\wedge)$

**និយមន័យ៖** គេមានពីរសំណើ $p,q$ សំណើសមាស"$p$ និង $q$"តាងដោយ "$p\wedge q$"ជាសំណើមួយពិត តែក្នុងករណីដែល"$p$ និង $q$"ជាសំណើពិតព្រមគ្នា។

ពាក្យដែលប្រើច្រើននៅក្នុងឈ្នាប់និងមាន និង ; ហើយ ឬ ព្រឹត្តិការណ៍កើតមានក្នុងពេលតែមួយ

**តារាងភាពពិតៈ**

| $p$ | $q$ | $p\wedge q$ |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

**ឧទាហរណ៍១៖** $p$ : "2013 ចែកដាច់នឹង 3" ជាសំណើពិត

$q$ :"$3>2$"ជាសំណើពិត

គេបាន $p\wedge q$ :"(2013 ចែកដាច់នឹង 3)និង$(3>2)$" ជាសំណើពិត

**ប្រតិបត្តិ៖** គេមានពីរសំណើ $p$ :"4 ជាឫសនៃសមីការ $x^2-5x+4=0$ " $q$ : “4 ជាចំនួនបឋម”។

ចូរកំណត់សំណើ $p\wedge q$ និងតម្លៃភាពពិតនៃ $p\wedge q$ ។

## ២.៣.២. ឈ្នាប់ឬ $(\vee)$

**និយមន័យ៖** យើងមានពីរសំណើ $p,q$ សំណើសមាស " $p$ ឬ $q$ " តាងដោយ " $p\vee q$" ជាសំណើមួយមិនពិតតែក្នុងករណីដែល $p$ និង $q$ ជាសំណើមិនពិតព្រមគ្នា។

**តារាងភាពពិត:**

| $p$ | $q$ | $p\wedge q$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

**ឧទាហរណ៍២៖** $p$:"30 > 15" ជាសំណើពិត

$q$: "30 =15" ជាសំណើមិនពិត

គេបាន៖ $p\vee q$ : "(30 >15)ឬ(30 =15)" ជាសំណើពិត។

**ឧទាហរណ៍៣៖** $p$:"9ជាចំនួនបឋម ជាសំណើមិនពិត

$q$: "9ចែកដាច់នឹង 4" ជាសំណើមិនពិត

គេបាន៖ $p\vee q$ : "(9ជាចំនួនបឋម) ឬ(9ចែកដាច់នឹង 4)" ជាសំណើមិនពិត។

**ប្រតិបត្តិ៖** គេមានពីរសំណើដូចខាងក្រោម៖

$p$ : "គ្រប់ចតុកោណសុទ្ធតែជាប្រលេឡូក្រាម"

$q$ : "25 ជាពហុគុណនៃ 3" ។

ចូរកំណត់សំណើ $p\vee q$ និងតម្លៃភាពពិតរបស់វា។

## ២.៣.៣. ឈ្នាប់មិន $(^{-})$ ឬ $(\neg)$

**និយមន័យ៖** ឈ្នាប់មិន ជាប្រមាណវិធីលើបណ្តាសំណើទាំងឡាយដែលពីសំណើ $p$ មួយពិតយើងបានសំណើ " មិន" $p$" មិនពិត និងផ្ទុយទៅវិញ។

គេតាង $\bar{p}$ ឬ $\neg p$ អានថា "មិន $p$"

**តារាងភាពពិត:**

| $p$ | $\overline{p}$ |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

**ឧទាហរណ៍៤៖** $p$ : "7 <11" ជាសំណើពិត គេបាន $\overline{p}$ "$7 \geq 11$" ជាសំណើមិនពិត

$q$ : " ព្រះអាទិត្យរះពីទិសខាងកើត" ជាសំណើពិត

គេបាន៖ $q$ : " ព្រះអាទិត្យរះពីទិសខាងលិច " ជាសំណើមិនពិត។

**ប្រតិបត្តិ៖** គេឱ្យសំណើដូចខាងក្រោម៖

$p$ : "$2011^2 + 2012^2 + 2013^2 < (2011 + 2012 + 2013)$ "

$q$ : " ម៉ាស៊ីនគិតលេខនេះផលិតនៅប្រទេសជប៉ុន"។

កំណត់សំណើឈ្នាប់មិន និងតម្លៃភាពពិតនៃសំណើឈាប់មិនរបស់សំណើខាងលើ។

## ២.៣.៤. ឈ្នាប់នាំឱ្យ$(\Rightarrow)$

**និយមន័យ៖** គេមានពីរសំណើ $p$ និង $q$ យើងកំណត់សំណើថ្មី " $p$ នាំឱ្យ $q$ " ។

កំណត់សរសេរដោយ $p \Rightarrow q$ ជាសំណើមួយ ដែលមិនពិតតែក្នុងករណី $p$ ជាសំណើពិត និង $q$ ជាសំណើមិនពិត។

ពាក្យដែលប្រើច្រើននៅក្នុងឃ្នាប់នាំឱ្យមាន បណ្តាលឱ្យកើតមាន ; ធ្វើឱ្យកើតមាន។

**តារាងភាពពិត**

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

**ឧទាហរណ៍៥៖** $p$ : "ភ្នំពេញជាស្រុកមួយនៃប្រទេសកម្ពុជា" ជាសំណើមិនពិត

$q$ : "សត្វឆ្កែធំជាងសត្វដំរី" ជាសំណើមិនពិត

គេបាន $p \Rightarrow q$ : " ភ្នំពេញជាស្រុកមួយនៃប្រទេសកម្ពុជា នោះសត្វឆ្កែធំជាងសត្វដំរី" ជាសំណើពិត។

**ប្រតិបត្តិ៖** គេមានពីរសំណើ $p$ : "បុប្ផាចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា"

$q$ : "បុប្ផាពូកែដោះស្រាយលំហាត់"

ចូរកំណត់សំណើ $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p, \neg q \Rightarrow \neg p$ ។

**ប្រតិបត្តិ៖** នៅក្នុងទ្រឹស្តីបទមួយគេឱ្យនិយមន័យទៅមនុស្សភរដូចតទៅនេះ៖ មនុស្សភរជា មនុស្សដែលមិនដែលនិយាយកុហកការពិតទាល់តែសោះ ។ បើសុខនិយាយថា  ខ្លួនជាមនុស្សភរ ចូរបង្ហាញថាសុខមិនមែនជាមនុស្សភរទេ។

### ២.៣.៥. ឈ្នាប់សមមូល ($\Leftrightarrow$)

**និយមន័យ៖** គេមានពីរសំណើ $p$ និង $q$ យើងកំណត់សំណើថ្មី "$p$ សមមូល $q$" ហៅថាឈ្នាប់ សមមូលកំណត់សរសេរដោយ $p \Leftrightarrow q$ ជាសំណើមួយដែលពិតតែក្នុងករណី $p$ និង $q$ ជាសំណើដែលមាន តម្លៃភាពពិតដូចគ្នា។

**តារាងភាពពិត៖**

| $p$ | $q$ | $p \Leftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

**ឧទាហរណ៍៦៖** $p$ : " 9 ចែកដាច់នឹង 3" ជាសំណើពិត

$q$ : " 9 ជាពហុគុណនៃ 3"ជាសំណើពិត

គេបាន $p \Leftrightarrow q$ : "9 ចែកដាច់នឹង 3សមមូលឬលុះត្រាតែ 9 ជាពហុគុណនៃ3"ជាសំណើពិត។

**ប្រតិបត្តិ៖** សុខនិយាយថា "ខ្ញុំជាសិស្សពូកែរូបវិទ្យាលុះត្រាតែខ្ញុំបានពិន្ទុរូបវិទ្យាល្អ"។ ចូរតាំងសំណើលក្ខខណ្ឌនោះដោយប្រើសញ្ញាឈ្នាប់តក្កវិទ្យា ?

## ២.៤. ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់

### ២.៤.១. សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់

**និយមន័យ៖** សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់គឺ ជាការស្រាយបញ្ជាក់ត្រង់ៗទៅតាមអ្វីដែលគេចង់បាន។

**ឧទាហរណ៍១៖** បើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់សេសនោះ $a+b$ ជាចំនួនគត់គូ។

**ចម្លើយ៖** បើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់សេសនោះគេអាចតាំង $a=2k+1$ និង $b=2l+1$ ដែល $k,l$ ជាចំនួនគត់រឺឡាទីប។

គេបាន $a+b=(2k+1)+(2l+1)$

$=2(k+l+1)$ ជាចំនួនគូ( ពិត )

ដូចនេះ បើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់សេសនោះ $a+b$ ជាចំនួនគត់គូ។

**ឧទាហរណ៍២៖** បង្ហាញថាបើអនុគមន៍ $f(x)$ មានដេរីវេលើចន្លោះ $I=(a,b)$ នោះ $f(x)$ ជាប់លើ $I$ ។

**ចម្លើយ៖** បើអនុគមន៍ $f(x)$ មានដេរីវេលើចន្លោះ $I=(a,b)$

គេបាន $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ គ្រប់ $x_0 \in I$

យក $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

នោះ $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x)-f'(x_0)\right]=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\times(x-x_0)$

$=f'(x_0)\times 0=0$

**ដូចនេះ** យើងបាន $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$ នោះ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x=x_0$

ដោយ $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ ពិតចំពោះគ្រប់ $x_0 \in (a,b)$។

យើងអាចសន្និដ្ឋានថា $f(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់លើ $I = (a,b)$។

**ប្រតិបត្តិ៖** បង្ហាញថា៖ ក. បើ $x, y \in \mathbb{Z}, x < y$ នោះ $x + 1 \le y$

ខ. បើ $x$ និង $y$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបនោះ $x + y$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប។

## ២.៤.២. សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

**និយមន័យ៖** គេដឹងថាសំណើ $p \Rightarrow q$ និងសំណើ $\neg q \Rightarrow \neg p$ មានតម្លៃភាពពិតដូចគ្នា។

សំណើ $\neg q \Rightarrow \neg p$ ជាសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មនៃសំណើ $p \Rightarrow q$។

ដូច្នេះដើម្បីបង្ហាញថា សំណើ $p \Rightarrow q$ ពិតនោះ

គេអាចបង្ហាញថា សំណើ $\neg q \Rightarrow \neg p$ ពិតជាការស្រេច

ព្រោះថាគេយកសំណើ $\neg q \Rightarrow \neg p$ បង្ហាញថាវាមានភាពងាយស្រួលជាងការបង្ហាញសំណើ $p \Rightarrow q$ ចំពោះករណីមួយចំនួន។

### ជំហានក្នុងការដោះស្រាយ

បង្ហាញសំណើ $p \Rightarrow q$ ពិត

- ជំហានទី១ ត្រូវកំណត់សំណើ $p$ និងសំណើ $q$ ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ។
- ជំហានទី២ ត្រូវកំណត់សំណើ $\neg p$ និងសំណើ $\neg q$។
- ជំហានទី៣ គេផ្តើមពី $\neg q$ បញ្ជាក់រហូតគេបានសំណើ $\neg p$ ដែលជាសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មគឺមានន័យថាគេបានបង្ហាញថា $\neg q \Rightarrow \neg p$ ជាសំណើពិត។

ដូចនេះគេបាន $p \Rightarrow q$ ជាសំណើពិត។

**ឧទាហរណ៍៣៖** គេឱ្យ $(a,b)$ ជាគូនៃចំនួនគត់សនិទាននិង $x = a + ab + b$។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $a \ne -1$ និង $b \ne -1$ នោះគេបាន $x \ne -1$។

**ចម្លើយ៖** តាង $p: "a \ne -1$ និង $b \ne -1"$

$q: "x \ne -1"$

យើងបាន $\neg q: x = -1 \Leftrightarrow a + ab + b = -1$

$$\Leftrightarrow (a+1)(b+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} a = -1 \\ b = -1 \end{array} \right.$$ ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

ដូចនេះ $p \Rightarrow q$ ពិត

**ឧទាហរណ៍៤៖** គេឱ្យ $x, y \in \mathbb{N}$ បង្ហាញថាបើ $xy = 1$ នោះរកបាន $x = y = 1$។

**ចម្លើយ៖** តាង $p$: ”$xy = 1$” និង $q: "x = y = 1"$

គេបាន $\neg q: x \ne y \ne 1$

ឧបមាថា $x \ne 1$ នោះយើងបាន $1 < x \Rightarrow 1 \times y < x \times y \Leftrightarrow y < x \times y; (y \ne 1)$ មានន័យថា $x, y \ne 1$ ផ្ទុយពីសម្មតិកម្មដែលថា $xy = 1$

ដូចនេះ $p \Rightarrow q$ ពិត

## ២.៤.៣ សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត

**និយមន័យៈ** សម្រាយបញ្ជាក់នេះសម្រាប់បង្ហាញចំណោទបញ្ហាមួយចំនួនដែលពេលខ្លះ គេមិនអាចរកបាននូវចំណុចចាប់ផ្តើមយកមកបកស្រាយតាមសម្រាយបញ្ជាក់ធម្មតា។ វិធីនេះ គឺគេត្រូវផ្តើមចេញពីសំណើឈ្នាប់មិននៃសំណើដែលគេនឹងត្រូវបង្ហាញថាពិតរហូតទទួលបានសំណើថ្មីដែលផ្ទុយពី ទ្រឹស្តី ក្នុងគណិតវិទ្យា។ ដូច្នេះសំណើឈ្នាប់មិនជាសំណើ មិនពិតមានន័យថាសំណើដើមដែលចង់បង្ហាញនោះត្រូវតែពិត។

**វិធីដោះស្រាយៈ**

- ជំហានទី១ តាំង $p$ ជាសំណើដែលត្រូវបង្ហាញ
- ជំហានទី២ កំណត់សំណើ $\neg p$
- ជំហានទី៣ ឧបមាថាសំណើ $\neg p$ ពិត។

រួចបកស្រាយបន្តបន្ទាប់រហូតដល់បានលទ្ធផលផ្ទុយពីទ្រឹស្តីគណិតវិទ្យា។គេបានសំណើ $\neg p$ មិនពិត។ដូច្នេះសំណើ p ពិត។

**ឧទាហរណ៍៥ៈ** បង្ហាញថា $\sqrt[4]{2}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន។

**ចម្លើយៈ** តាង $p:"\sqrt[4]{2}$ ជាចំនួនអសនិទាន """

គេបាន $\neg p:"\sqrt[4]{2}$ ជាចំនួនអសនិទាន"

ឧបមាថាសំណើ $\neg p$ ពិតនោះគេអាចសសេរ $\sqrt[4]{2}=\dfrac{a}{b}$ ដែល $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់បឋមរវាងគ្នា

គេបាន $\dfrac{a^4}{b^4}=2$ ឬ $a^4=2b^4$

គេបាន $a^4$ គឺជាពហុគុណនៃ 2 ដូចនេះ $a^4$ ជាចំនួនគត់គូនោះ $a$ ក៏ជាចំនួនគត់គូដែរ។

តាង $a=2k$ ដែល $k$ ជាចំនួនគត់

គេបាន $2b^4=a^4=4ak^4 \Rightarrow b^4 = 2k^4$

ដូចនេះ $b^4$ ជាចំនួនគត់គូនោះ $b$ ក៏ជាចំនួនគត់គូដែរ

ដោយ $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់គូនោះ $a$ និង $b$ មាន 2 ជាតួចែករួមដែលផ្ទុយពីលក្ខខណ្ឌដែល $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់បឋមរវាងគ្នានោះគេបាន $\sqrt[4]{2}$ មិនមែនជាចំនួនសនិទាន។

ដូចនេះ $\sqrt[4]{2}$ ជាចំនួនអសនិទាន។

**ប្រតិបត្តិៈ** ក.បង្ហាញថា $\sqrt{6}$ ជាចំនួនអសនិទាន។

ខ.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នានោះ $a+b$ និង $ab$ ក៏ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នាដែរ។

## ២.៤.៤ សម្រាយបញ្ជាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ

**និយមន័យៈ** សម្រាយបញ្ជាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌគឺបើគេចង់ស្រាយឱ្យបាន $p \Leftrightarrow q$ គេត្រូវសម្រាយ បញ្ជាក់ តាមជំហានដូចខាងក្រោមៈ

- ជំហានទី១ បង្ហាញថាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ $p \Rightarrow q$
- ជំហានទី២ បង្ហាញថាលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ $q \Rightarrow p$

**ឧទាហរណ៍៦៖** បង្ហាញថា $x^2-6x-7=0$ លុះត្រាតែ $x=-1$ ឬ $x+7$

**ចម្លើយ៖** តាង $p:"x^2-6x-7=0";q:"x=-1$ ឬ $x=7"$

- បង្ហាញថា $q \Rightarrow p$ គឺបង្ហាញ $x^2-6x-7=0 \Rightarrow "x=-1$ ឬ $x=7"$

បើ $x^2-6x-7=0$ គេបាន $(x+1)(x+7)=0$ នោះ $x+1=0$ ឬ $x+7=0$

គេបាន $x=-1$ ឬ $x=7$

ដូចនេះ $(x^2-6x-7=0) \Rightarrow x=-1$ ឬ $x=7 \quad (1)$

- បង្ហាញថា $q \Rightarrow p$ គឺបង្ហាញ $"x=-1$ ឬ $x=7" \Rightarrow (x^2-6x-7=0)$

បើ $x=-1$ នោះ $x^2-6x-7=(-1)^2-6(-1)-7=1+6-7=0$

បើ $x=7$ នោះ $x^2-6x-7=(7)^2-6(7)-7=49-42-7=0$

ដូចនេះ $(x=-1$ ឬ $x=7) \Rightarrow (x^2-6x-7=0) \; (2)$

តាម $(1)$ និង $(2)$ គេបាន $(x^2-6x-7=0) \Rightarrow x=-1$ ឬ $x=7$

**ប្រតិបត្តិ៖** បង្ហាញថា

ក/ $x^3-16x=0$ លុះត្រាតែ $(x=0$ ឬ $x=-4$ ឬ $x=4)$

ខ/ $(x-a)(y-b)=0$ លុះត្រាតែ $(x=a$ ឬ $x=b)$ ។

## ២.៤.៥. សម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ

**និយមន័យ៖** វិធីនេះតម្រូវឲ្យគេរកឧទាហរណ៍មួយមកបញ្ជាក់ថាសំណើដែលត្រូវបង្ហាញជាសំណើមិនពិត។ មានន័យថាវិធីនេះអនុវត្តសំរាប់ស្រាយឈ្នាប់ $\Rightarrow$ មួយមិនពិត គឺដើម្បីស្រាយ ថាសំណើ $p \Rightarrow q$ មិនពិតគេគ្រាន់តែរកឧទាហរណ៍មួយដែល $p$ ជាសំណើពិតនឹង $q$ ជាសំណើមិនពិត។

**ឧទាហរណ៍៧៖** តើពិតដែ ឬទេ? ចំពោះ $\forall a,b,c,d \in \mathbb{R}$ បើ $\begin{cases} a<b \\ c<d \end{cases} \Rightarrow a-c<b-d$?

**ចម្លើយ៖** ខាងលើនេះមិនពិតទេ ព្រោះ $\begin{cases} 1<3 \\ -9<1 \end{cases} \Rightarrow 1-(-9)<3-1$ មិនពិត

**ឧទាហរណ៍៨៖** តើពិតដែរឺទេ? ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន

គេបាន ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $b$ ដែល $a=b^2$

**ចម្លើយ៖** យក $a=7$ គេបាន $b^2=7$

ដូច្នេះមិនអាចរកបានចំនួនគត់វិជ្ជមាន ដែល $b^2=7$ បានទេ ។

ដូចនេះសំណើរខាងលើជាសំណើរមិនពិត ។

**សម្គាល់៖** ការលើកយកតម្លៃ $a=7$ មកបញ្ជាក់ថាសំណើរមិនពិតបែបនេះហៅថា ឧទាហរណ៍ផ្ទុយ។

**ឧទាហរណ៍៨៖** តើសំណើរ $p$:"គ្រប់ប្រទេសនៅក្នុងទ្វីបអាស៊ី ជាប្រទេសកំពុងអភិវឌ្ឍន៍ពិត រឺ មិនពិត"

**ចម្លើយ៖** ប្រទេសចិនក្នុងទ្វីបអាស៊ី ហើយចិនជាប្រទេសអភិវឌ្ឍន៍ ។
ដូចនេះសំណើរខាងលើមិនពិតទេ ។

**ប្រតិបត្តិ៖** បង្ហាញថាសំណើខាងក្រោមនេះ មិនពិតដោយប្រើឧទាហរណ៍ផ្ទុយ

ក). បើ $x>y$ នោះ $x^2>y^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x$ និង $y$ ។

ខ). ប្រជាជនរស់នៅទីក្រុងភ្នំពេញគឺជាជនជាតិខ្មែរ។

គ). បើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនបឋម ហើយ $n=a^2+b^2$ នោះ $n$ ជាចំនួនបឋម។

**ប្រតិបត្តិ៖** រកឧទាហរណ៍ផ្ទុយ អំណះអំណាងខាងក្រោម

ក). ផលគុណនៃពីរចំនួនអសនិទានពីរខុសគ្នា ជាចំនួនអសនិទាន។

ខ). បើ $x\geq\sqrt{7}$ នោះ $x\geq 3$ ។

គ). $f(n)=n^2+n+1$ គឺជាចំនួនគត់វ៉ឺឡាទីបផង និងជាពហុគុណនៃ 3 ផងចំពោះគ្រប់ចំនួនវ៉ឺឡាទីប អវិជ្ជមាន $n$ ។

## ២.៤.៦. សម្រាយបញ្ជាក់តាមអនុមានរួមគណិតវិទ្យារបស់លោក Péano ( Italy )

**និយមន័យ១៖** $p(n)$ ជាសំណើដែលទាក់ទងនឹងចំនួនគត់ $n$ ដើម្បីស្រាយបញ្ជាក់ថាសំណើ $p(n)$ ចំពោះគ្រប់ $n\in Z$ គេត្រូវ៖

i) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $p(n)$ ពិតចំពោះ $n=1$ ។

ii) ឧបមាថា $p(n)$ ពិតចំពោះតម្លៃ $n=k$ ។

iii) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $n=k$ ពិត នោះនាំឲ្យពិតចំពោះ $n=k+1$ ។ សន្និដ្ឋានថា $p(n)$ ពិត

**និយមន័យ២៖** $p(n)$ ជាសំណើដែលទាក់ទងនឹងចំនួនគត់ $n\geq a$ ដើម្បីស្រាយបញ្ជាក់ថាសំណើ $p(n)$ ពិតចំពោះគ្រប់ គ្រប់ $n\geq a,\ n\in Z$ គេត្រូវ

i) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $p(n)$ ពិតចំពោះ $n=a$ ។

ii) ឧបមាថា $p(n)$ ពិតចំពោះតម្លៃ $n=k, k\geq a$ ។

iii) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $n=k$ ពិត នោះនាំឲ្យពិតចំពោះ $n=k+1$ ។

**សន្និដ្ឋានថា៖** $p(n)$ ពិត $n\geq a$ និង គ្រប់ $n\in Z$ ។

**ឧទាហរណ៍៩៖** ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $n\in Z$ នោះ $3^{2n}+2^{6n-5}$ ចែកដាច់នឹង $11$ ។

**ចម្លើយ៖** ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះ $\forall n\in$ □ នោះ $3^{2n}+2^{6n-5}$ ចែកដាច់នឹង $11$

តាងសំណើ $p(k)=3^{2k}+2^{6k-5}$

- បើ $k=1, p(1)=3^{2(1)}+2^{6(1)-5}=11$ ចែកដាច់នឹង $11$ ពិត
- ឧបមាថាកន្សោមនេះពិតដល់ $n=k$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $p(k)$ នោះចែកដាច់នឹង $11$

គេបាន $p(k)=3^{2k}+2^{6k-5}=11q, q\in\mathbb{N}\Rightarrow 2^{2k-5}=11q-3^{2k}$

ពិនិត្យ $p(k+1)=3^{2(k+1)}+2^{6(k+1)-5}$

$=9\times 3^{2k}+64\times 2^{2k-5}$

$=9\times 3^{2k}+64(11q-3^{2k})$

$=11(64q-5\times 3^{2k})$ ចែកដាច់នឹង11 ពិត

ដូចនេះ កន្សោម $p(n)$ ចែកដាច់នឹង *11* ពិតរហូតដល់ $n=k+1$

**ដូចនេះ** តាមអនុមានរួមគណិតវិទ្យា ចំពោះគ្រប់ $n\in Z$ នោះ $3^{2n}+2^{6n-5}$ ចែកដាច់នឹង11។

**ឧទាហរណ៍២៖** បង្ហាញថា $\forall n\in\mathbb{N}, \sum_{1\le i_1<i_2<...<i_k\le i_n}\frac{1}{i_1i_2...i_{k-1}i_k}=n$ ដែល $i_1,i_2,...,i_k$ ជាធាតុនៃ $\{1,2,3,...,n\}$ និង $\forall k=1,2,3,...,n$ ។

**ចម្លើយ៖** បង្ហាញថា $\forall n\in\mathbb{N}$ , $\sum_{1\le i_1<i_2<...<i_k\le n}\frac{1}{i_1i_2...i_{k-1}i_k}=n$

តាង $S_n=\sum_{1\le i_1<i_2<...<i_k\le n}\frac{1}{i_1i_2...i_{k-1}i_k}$

- បើ $n=1, S_1=1$ ពិត
- បើ $n=2, S_2=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{1\times 2}=2$ ពិត
- បើ $n=3, S_3=\frac{1}{3}+\frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{1\times 2\times 3}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1\times 2}$
  $=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}S_2+S_2 \quad =\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+2 \quad =3$ ពិត
- ឧបមាថាពិតដល់$n=k$ ផ្ទៀងផ្ទាត់$S_k=\sum_{1\le i_1<i_2<...<i_k}\frac{1}{i_1i_2...i_{k-1}i_k}=k$ ពិត។
- ពិនិត្យ $S_{k+1}=\sum_{1\le i_1<i_2<...<i_k\le n+1}\frac{1}{i_1i_2...i_{k-1}i_k}$

$$=S_k+\frac{1}{k+1}S_k+\frac{1}{k+1}$$
$$=S_k+\frac{S_k+1}{k+1}$$
$$=k+\frac{k+1}{k+1};\quad S_k=k$$
$$=k+1 \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ កន្សោមនេះពិតរហូតដល់ $n=k+1$

ដូច្នេះ តាមអនុមានរួមគណិតវិទ្យា $\forall n\in\mathbb{N}, \sum_{1\le i_1<i_2<...<i_k\le i_n}\frac{1}{i_1i_2...i_{k-1}i_k}=n$ ដែល $i_1,i_2,...,i_k$ ជាធាតុនៃ $\{1,2,3,...,n\}$

និង $\forall k=1,2,3,...,n$ ពិត។

**ប្រតិបត្តិ១៖** ដោយប្រើវិធាអនុមានរួមគណិតវិទ្យា។ បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ នោះគេបាន

១. ចំនួន $n^3+2n$ ចែកដាច់និង $3$ ។

២. ចំនួន $4^n+2$ ចែកដាច់និង $3$ ។

៣. ចំនួន $2^{n+1}+3^{2n-1}$ ចែកដាច់និង $7$ ។

៤. ចំនួន $3^{n+3}-4^{4n+2}$ ចែកដាច់និង$11$។

៦. ចំនួន $3^{4n+2}+2\times 4^{3n+1}$ ជាពហុគុណនៃ$17$ ។

៧. ចំនួន $2^{6n+1}+3^{2n+2}$ ជាពហុគុណនៃ$11$។

៨. ចំនួន $3(5^{2n+1})+2^{3n+1}$ ជាពហុគុណនៃ$17$ ។

៩. ចំនួន $11^{n+1}+12^{2n+1}$ ជាពហុគុណនៃ$133$ ។

៥. ចំនួន $7^{2n+1}-48n-7$ ជាពហុគុណនៃ $288$ ។

**ប្រតិបត្តិ2៖** ដោយប្រើវិចារអនុមានរួមគណិតវិទ្យា។ចូរបង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ នោះគេបាន

១ . $n<2^n$ ៣ . $n!>2^n$ ដែល $n\geq 4$

២ . $\left(\frac{4}{3}\right)^n>7$ ដែល $n\geq 7$ ៤ . $\left(\frac{x}{y}\right)^{n+1}<\left(\frac{x}{y}\right)^n$ ដែល $0<x<y$ និង $n\geq 1$

**ប្រតិបត្តិ3៖** គេមានស្វ៊ីត $(u_n)$ មួយកំណត់ដោយ $\begin{cases}u_1=-2\\ u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3\end{cases}$ ប្រើវិចារអនុមានរួមគណិតវិទ្យា

ក . ចូរបង្ហាញថា $u_n<6$

ខ . ចូរបង្ហាញថា $u_n=6-\frac{16}{2^n}$

## លំហាត់

1. គេមានសំណើបី

   $p$ :ខ្ញុំទៅផ្សារដើម្បីទិញត្រី និងសាច់គោ

   $q$ :ខ្ញុំមិនទិញត្រី ឬសាច់គោនោះខ្ញុំមិនទៅផ្សារ

   $r$ :ខ្ញុំមិនទៅផ្សារ( តែខ្ញុំអាច )ទិញត្រី និងសាច់គោ។ ចូរវិភាគសំណើទាំងបីខាងលើ

2. គេមានសលើពីររបស់អ្នកនយោបាយ

   $p$ :ខ្ញុំជាអ្នកស្វែងរកសន្តិភាពឲ្យមនុស្សរាល់គ្នា បើខ្ញុំមានលុយ នោះខ្ញុំនឹងចែកអ្នកឯងបើខ្ញុំមានក្រមា នោះខ្ញុំក៏ចែកអ្នកឯងដែរ តែបើខ្ញុំមានកូន នោះខ្ញុំមិនចែកអ្នកឯងទេ។

   $q$ :ខ្ញុំមិនចែកកូនទៅអ្នកឯងទេ តែបើខ្ញុំមានក្រមា និងលុយ នោះទើបខ្ញុំចែកអ្នកឯង។ ចូរកំណត់តម្លៃភាពពិតរបស់សំណើអ្នកនយោបាយ។

3. គេមានសលើ P:បើផែនដីឈប់វិល លុះត្រាតែព្រះអាទិត្យឈប់រះ។ ចូរកំណត់តម្លៃភាពពិតរបស់សំណើ P។

4. កាលពីម្សិលមិញមានសូរគ្រាមួយបានគ្រប់ដណ្តប់លើប្រទេសរបស់យើង នៅពេលនោះខ្ញុំបានដើរទៅសាលារៀន ជាចៃដន្យខ្ញុំបានភ្លេចយកឆ័ត្រទៅតាម ដោយសារក្តៅខ្លាំងពេកនៃអាកាសធាតុធ្វើឲ្យស្បែកខ្ញុំក្រៀមក្រោះ។ចូរកំណត់តម្លៃភាពពិតរបស់សំណើនេះ។

5. ទាហាននៃប្រទេសមួយចាប់ឈ្លើយសឹកម្នាក់ ហើយគាត់បម្រុងនឹងសម្លាប់ឈ្លើយសឹកនោះដោយសារគាត់មានភាពអាណិតអាសូរ គាត់បានដាក់លក្ខខណ្ឌឲ្យឈ្លើយសឹកនោះដើម្បី ដោះស្រាយ យករួចខ្លួន។ លក្ខខណ្ឌគឺ

   i )បើ $2+2=4$ នោះឈ្លើយសឹកត្រូវកាត់ករ។

   ii )បើ $2+2\neq 4$ នោះឈ្លើយសឹកត្រូវបាញ់ចោល។

   តើឈ្លើយសឹករកវិធីណាដើម្បីដោះស្រាយយករួចខ្លួន។

6. រកតម្លៃភាពិតនៃសំណើ $p$ និង $q$ ដោយដឹងថាគ. $\begin{cases}(p \vee q) = 1 \\ (p \wedge q) = 0 \\ (p \Rightarrow q) = 1\end{cases}$ ។

7. $p$ ជាសំណើមិនពិត បើ $\bar{q} \Rightarrow p$ ជាសំណើពិត តើគេអាចសន្និដ្ឋានដូចម្តេចចំពោះសំណើ $q$ ?

**អនុវត្តន៍** បើឈ្នាប់ នាំឲ្យ $[(x+2 \neq 0) \Rightarrow (5 = 3-2)]$ ពិត។ចូររកតម្លៃនៃ $x$ ។

រកតម្លៃភាពិតនៃសំណើ $p \Rightarrow q$ ដោយដឹងថា $(\bar{p} \Rightarrow q)$ មិនពិត។

8. សម្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

ក ).បង្ហាញថាចំពោះចំនួនគត់ $m$ និង $n$ បើផលគុណ $mn$ មិនមែនជាពហុគុណនៃ $3$ ដែរ។

ខ ).បង្ហាញថាបើ $n^2$ មិនមែនជាពហុគុណនៃ $5$ នោះ $n$ មិនមែនជាពហុគុណនៃ $5$ ដែរ។

គ ).បង្ហាញថាបើ $(x+1)(x-2) = 0$ នោះ $x \neq 0$

ឃ ).បង្ហាញថាបើ $x(x-5) < 0$ នោះ $0 < x < 5$

ង ).បង្ហាញថាបើ $x^2 - 4 < 0$ នោះ $-2 < x < 2$

9. សម្រាយបញ្ជាក់ទ្វេលក្ខខណ្ឌដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់ទ្វេលក្ខខណ្ឌ។ ចូរសម្រាយបញ្ជាក់ថា

ក ). $x^2 - x - 6 = 0$ លុះត្រាតែ $x = -2$ ; $x = 3$

ខ ). $-2x^2 + 11x - 5 = 0$ លុះត្រាតែ $x = \frac{1}{2}$ ; $x = 5$

គ ). $x^2 - 9 = 0$ លុះត្រាតែ $x = -3$ ; $x = 3$

ឃ ). $(-x+5)(2x-3) = 0$ លុះត្រាតែ $x = \frac{3}{2}$ ; $x = 5$

ង ). $x = -2$ ; $x = 5$ លុះត្រាតែ $x^2 - 3x - 10 = 0$

ច ). $x = -3$ ; $x = \frac{1}{2}$ លុះត្រាតែ $2x^2 + 5x - 3 = 0$

ឆ ). $x \neq \frac{7}{2}$ ; $x \neq 4$ លុះត្រាតែ $-2x^2 + 15x - 28 \neq 0$

ជ ). $x \neq -2$ ; $x \neq 4$ លុះត្រាតែ $x^2 - 2x - 8 \neq 0$

ឈ ). $x^2 + x - 6 < 0$ លុះត្រាតែ $x < 2$ ; $x > -3$

ញ ). $x \leq 5$ ; $x \geq -1$ លុះត្រាតែ $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

ដ ). $2x^2 - 5x + 2 > 0$ លុះត្រាតែ $x > 2$ ; $x < \frac{1}{2}$

ឋ ). $x^2 + 6x - 7 \neq 0$ លុះត្រាតែ $x \neq -7$ ; $x \neq 1$

10. តាមរយៈសម្រាយបញ្ជាក់ដោយប្រើឧទាហរណ៍ផ្ទុយ ចូរស្រាយថា

ក ).បើ $n$ ជាចំនួនបឋម នោះ $y = n+1$ ជាចំនួនគូ។

ខ ).គ្រប់តម្លៃ $x$ គេបាន $f(x) = 4x^2 - 5$ វិជ្ជមានជានិច្ច។

11. នៅក្នុងទ្រឹស្តីបទមួយគេឱ្យនិយមន័យទៅមនុស្សភរដូចតទៅនេះ៖"មនុស្សភរជាមនុស្សដែលមិនដែលនិយាយកុហក់ការពិតទាល់តែសោះ" ។ បើសុខនិយាយថា « ខ្លួនជាមនុស្សភរ» ចូរបង្ហាញថាសុខមិនមែនជាមនុស្សភរទេ។

12. រូបវិទូម្នាក់បានធ្វើវិចារដូចខាងក្រោមនេះ៖

- បើសម្មតិកម្មរបស់ខ្ញុំត្រឹមត្រូវការពិសោធន៍ត្រូវតែបានសម្រេច
- ការពិសោធន៍បានសម្រេចហើយ

ដូច្នោះ សម្មតិកម្មខ្ញុំត្រឹមត្រូវ។តើវិចារនេះត្រឹមត្រូវឬទេ?

13. តើវិចារខាងក្រោមនេះត្រឹមត្រូវ ឬទេ?

- ទាហានទាំងអស់សុទ្ធតែចេះដើរត្រូវចង្វាក់ជើង
- កូនក្មេងខ្លះមិនចេះដើរត្រូវចង្វាក់ជើងទេ

ដូច្នោះកូនក្មេងទាំងនេះមិនមែនជាទាហានទេ។វិចារនេះត្រឹមត្រូវឬទេ?

14. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ដោយផ្ទុយពីសម្មតិកម្មថា $\left(\frac{ab+1}{a+b}\right)^2 \le 1$ នោះគេបាន $0<a<1$ និង $0<b<1$ មិនអាចពិតព្រមគ្នាទេ។

15. ស្រាយបញ្ជាក់ ដោយផ្ទាល់ថា បើផលបូកប្រភាគបង្រួមមិនបានពីរជាចំនួនគត់ ប្រភាគទាំងពីរនោះមានភាគបែងស្មើគ្នា ឬផ្ទុយគ្នា។

16. បង្ហាញថា សំណើពីរខាងក្រោមសមមូលគ្នា

ក). $p \vee q$ និង $\left(\overline{\overline{p} \wedge \overline{q}}\right)$ ខ). $p \vee (p \wedge q)$ និង $p$

17. បង្ហាញថា $A_n = 3^{3n+3} - 26n - 27$ ជាពហុគុណនៃ $169$ ចំពោះ $n \in \mathbb{N}$ ។

18. រកចំនួនគត់មានបីខ្ទង់ $\overline{abc}$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} \overline{abc} = n^2 - 1 \\ \overline{cba} = (n-2)^2 \end{cases}$ $,(n>2)$ ។

19. គេឲ្យ $a,b,c$ ដែល $0<a,b,c<1$។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ក្នុងចំនោមវិសមភាព $a(1-b) > \frac{1}{4}$ ; $b(1-c) > \frac{1}{4}$ ; $c(1-a) > \frac{1}{4}$ មានមួយយ៉ាងតិចដែលខុស។

20. គេឲ្យស្វ៊ីត *Fibonacci* កំណត់ដោយ $F_1 = F_2 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ចំពោះ $n \ge 3$

ក).បង្ហាញថា $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$ និង

ខ).ទាញបញ្ជាក់ថា $F_{n+1}F_{n-1} + F_n^2 = (-1)^n$ , $n \ge 2$

21. វិធានគណិតវិទ្យាប្រមាណវិធី $*$ បានកំណត់ន័យថានៅលើសំណុំចំនួនគត់វិជ្ជមាន $x, y \in \mathbb{N}^*$ នោ $x * y \in \mathbb{N}^*$ ។ឧបមាថា $*$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌបីខាងក្រោម

(1) $x*(y+z) = (x*y)(x*z)$

(2) $(x+y)*1 = (x*1) + (y*1)$

(3) $(x+y)*2 = (x*2) + 4(xy*1) + (y*2)$

ចូលគណនា $5*9$

22. ស្រាយបញ្ជាក់ ដោយផ្ទុយពីការពិត

ក). $\sqrt{5}$ ជាចំនួនអសនិទាន។

ខ). $\sqrt{p}$ ជាចំនួនអសនិទាន ចំពោះគ្រប់ចំនួនបឋម $p$ ។

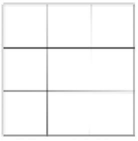
គ). $\sqrt{\frac{5}{2}}$ ជាចំនួនអសនិទាន។

23. ស្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

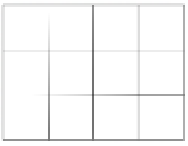
ក/បង្ហាញថាបើ $x^2-1<0$ នោះគេបាន $-1<x<1$

ខ/បង្ហាញថាចំពោះចំនួនគត់ $m,n$ បើផលគុណ $m\times n$ មិនមែនជាពហុគុណនៃ $3$ នោះ $m$ និង $m$ ក៏មិនមែនជាពហុគុណនៃ $3$ ដែរ។

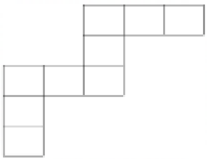
24. ក.ចូរដាក់លេខពីលេខ$1$ដល់$9$នីក្នុងការេខាងក្រោមដោយលៃយ៉ាងណាឱយផលបូក ជួរដេកនិងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង$15$។



ខ.ចូរដាក់លេខពីលេខ$1$ដល់$16$នៅក្នុងការេខាងក្រោមដោយលៃយ៉ាងណាឱ្យផលបូក ជួរដេក ជួរឈរ និង អង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង $34$



គ.ចូរដាក់លេខពីលេខ$1$ដល់$9$នៅក្នុងរូបភាពខាងក្រោមដោយ លៃយ៉ាងណាឱ្យផលបូកជួរដេក ជួរឈរ $13$។



25. សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់នូវសមភាព និងវិសមភាពខាងក្រោម:

ក).សម្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\ldots\times\frac{2009}{2010}\times\frac{2011}{2012}<\frac{1}{\sqrt{2013}}$

ខ).បង្ហាញថា $\frac{1}{15}<\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times\ldots\times\frac{99}{100}<\frac{1}{10}$

គ).ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S=\frac{1}{2}+\frac{1}{3\sqrt[3]{2}}+\frac{1}{4\sqrt[3]{3}}+\ldots+\frac{1}{(n+1)\sqrt[3]{n}}<3$

ឃ).បង្ហាញថាចំពោះ $\forall$ ចំនួនពិត $a,b,c=0$ នោះ $a^3+b^3+c^3=3abc$

ង).បង្ហាញថា $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ ជាចំនួនសនិទាន

ច).យើងមាន $a+b+c=0$ បង្ហាញថា $\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{1}{b^2+c^2+a^2}+\frac{1}{c^2+a^2+b^2}=0$

ឆ)បើ $a+b+c=0$ នោះបង្ហាញថា $\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ac+c+1}=1$

ជ).គេឱ្យ $0<x_1<x_2<\ldots<x_{12}$ ។បង្ហាញថា $\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9}{x_3+x_6+x_9}+\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<7$

ឈ).គេឱ្យ $x_1,x_2,...,x_n>0$ និងតាង $S=x_1+x_2+...+x_n$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(1+x_1)(1+x_2)...(1+x_n)\le 1+S+\frac{S^2}{2!}+...+\frac{S^n}{n!}$

26. ស្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីការពិត

ក).គេឱ្យចំនួនបឋមបីផ្សេងគ្នា $p,q$ និង $r$ បង្ហាញថា $\sqrt[3]{p},\sqrt[3]{q}$ និង $\sqrt[3]{r}$ មិនមែនជាបីតួនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត ណាមួយទេ។

ខ).ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall a,b\in\mathbb{R}$ គេបាន $e^a+e^b\ge 2\sqrt{e^{a+b}}$

27. គេឱ្យស្វ៊ីត $(u_n)$ កំណត់ដោយ $u_0=2014$ និង $u_{n+1}=\frac{u_n^{\ 2}}{1+u_n}$ , $n=1,2,3,...$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\lfloor u_n\rfloor=2014-n$ ចំពោះ $0\le n\le 1011$ ។ $\left(\lfloor u_n\rfloor : \text{int}\, eger\quad part\right)$

28. ស្រាយបញ្ជាក់ថា

ក). $10^{6n}+10^{3n}-2$ ចែកដាច់នឹង $111$

ខ). $n^4+6n^3+11n^2+6n$ ចែកដាច់នឹង $24$

គ). $384|n^4-4n^3-4n^2+16n$ , $n>4$ ហើយ $n$ ជាចំនួនគត់គូ។

ឃ). $x^{95}+x^{94}+...+x+1|x^{31}+x^{30}+...+x+1$

ង).$10|333^{555^{777}}+777^{555^{333}}$

29. បង្ហាញថា ស្វ៊ីត $2,3,6,14,40,152,784,...$ មានតួទីមួយ $a_0=2$ និងតួទូទៅ $(a_n)$ ចំពោះ $n\ge 3$ , $a_n=(n+4)a_{n-1}-4na_{n-2}+(4n-8)a_{n-3}$ មានផលបូកនៃស្វ៊ីតពីរដែលមានទម្រង់ច្បាស់លាស់។

30. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះ $10^n+18n-1$ ចែកដាច់នឹង $27$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ ។

31. បង្ហាញថាអនុគមន៍ $f(x)=\cos x+\cos\pi x$ មិនមែនជានុគមន៍ខួបទេ។

32. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ នោះ $\frac{n^5}{5}+\frac{n^3}{3}+\frac{7n}{15}$ ជាចំនួនគត់។

33. $A$ ជាចំនួនគត់ដែលមាន $4$ តួលេខតាងដោយ $\overline{mcdu}$ ហើយ $m,c,d$ និង $u$ ជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើនតគ្នាមានផលសងរួម $r$ ។

ក).គណនាផលបូកលេខនៃ $A$ ជាអនុគមន៍នៃ $r$ ទាញរកតម្លៃនៃ $m$ ដើម្បីឱ្យ $A$ ចែកដាច់នឹង $3$ ។

ខ).បង្ហាញថា $A$ ចែកមិនដាច់នឹង $11$ ។

34. តាង $P_0(x)=x^3+313x^2-77x-8$ ។គេឱ្យ $P_n(x)=P_{n-1}(x-n)$ ចំពោះ $n\in\mathbb{N}^*$ ។ រកមេគុណ $x$ នៃ $P_{20}(x)$ ។

35. ឱ្យ $n$ ចំនួនពិត $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_n$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $a_1+a_2+\ldots+a_n=0$ និង $a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}+\ldots+a_n^{\ 2}=1$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាក្នុងចំនោមចំនួនទាំងនោះមានពីរចំនួនមានផលគុណមិនលើសពី $-\frac{1}{n}$ ។

36. បើដឹងថា $m-p$ ចែកដាច់ $mn+pq$ ។បង្ហាញថា $m-p$ ចែកដាច់ $mq+np$ ។

37. គេឱ្យ $(u_n)$ ជាស្វ៊ីតកំណត់លើ□ ដោយ $u_n=\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^n\right]$ ។បង្ហាញថា $\left(2+\sqrt{3}\right)^n+\left(2-\sqrt{3}\right)^n$ ជាចំនួនគត់គូ រួចទាញថា $u_n$ ជាចំនួនកត់សេស។

38. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\log_a x$ មិនអាចបំលែងជាទម្រង់ $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ដែល $f(x)$ និង $g(x)$ ជាពហុធានៃ $x$ ។

39. គេឱ្យស្វ៊ីត $\{u_n\}$ កំណត់ដោយ $\begin{cases}u_1=0,\ u_2=14, u_3=-18\\ u_{n+1}=7u_{n-1}-6u_{n-2}\ ,n=3,4,...\end{cases}$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនបឋម $p$ នោះ $u_p$ ចែកដាច់នឹង $p$ ។

40. ស្រាយបញ្ជាក់ថា គ្មានចំនួនគត់ណាមួយដែលធ្វើឱ្យប្រភាគ $\dfrac{7n-1}{4}$ និង $\dfrac{5n+3}{12}$ ទៅជាចំនួនគត់ព្រមគ្នានោះទេ។

41. បើស្វ៊ីត $(x_n)$ កំណត់ដោយ $x_0=5,\ x_{n+1}=x_n+\dfrac{1}{x_n}$ ។បង្ហាញថា $\forall n\ge 1, 2n<x^2-25<\dfrac{47n}{23}$ ។

42. បើស្វ៊ីត $(x_n)$ កំណត់ដោយ $x_0=5,\ x_{n+1}=x_n+\dfrac{1}{x_n}$ ។បង្ហាញថា $45<x_{1000}<45.1$ ។

43. គេឱ្យអនុគមន៍ $f\ \&\ g$ កំណត់ដោយ $\begin{cases}f(x+y)=f(x)g(y)+g(x)f(y)\\ g(x+y)=g(x)g(y)-f(x)f(y)\end{cases}$

ឧបមាថា $f$ ជាអនុគមន៍សេសនិង $f(0), f(x)\neq 0$ បើ $x\neq 0$

ក.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $g$ ជាអនុគមន៍គូនិង $g(0)=1$

ខ.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f^2(x)+g^2(x)=1$ , $f(3x)=3f(x)-4f^3(x)$ និង $g(3x)=4g^3(x)-3g(x)$

44. បង្ហាញថាគ្រប់ត្រីកោណ $ABC$ គេបាន $\frac{\pi}{3}\le\frac{aA+bB+cC}{a+b+c}<\frac{\pi}{2}$ ។

45. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើសមីការ $a^5-a^3+a+2$ គេបាន $3<a^6<4$ ។

46. គេឱ្យស្វ៊ីត $\{x_n\}$ កំណត់ដោយ $x_1=2$ និង $x_{n+1}=\dfrac{2+x_n}{1-2x_n}$ , $1,2,3,...$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $x_n\neq 0,\forall n\in$□ *រួចបង្ហាញថា $\{x_n\}$ មិនមែនជាស្វ៊ីតខួប។

47. គេឱ្យស្វ៊ីត $\{u_n\}$ កំណត់ដោយ $u_1=\dfrac{1}{2}$ និង $u_{n+1}=u_n{}^2+u_n\ ,n=1,2,3,...$ រកផ្នែកគត់នៃចំនួន $A=\displaystyle\sum_{k=1}^{2015}\frac{1}{u_k+1}$ ។

48. រកបណ្តាចំនួនគត់ $m,n$ ដើម្បីឱ្យ $S=4+3^{3m^2+6n-61}$ ជាចំនួនបឋម។

49. ឧបមាថា $p$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាននិង $2^p-2$ ចែកដាច់នឹង $p$ ។គេកំណត់ស្វ៊ីត $\{u_n\}$ កំនត់ដោយ $u_1=p$ និង $u_{n+1}=2^{u_n}-1$ ចំពោះគ្រប់ $n=1,2,3,...$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា គ្រប់ចំនួនគត់គេបានជានិច្ច $2^{u_n}-2$ ចែកដាច់នឹង $u_n$ ។

50. ទោះបីជាផលបូកគេឱ្យខាងក្រោមអាចលេចចេញយកជាការបានក៏ដោយបង្ហាញថាតាមការពិតលទ្ធផលទទួលបានមិនត្រូវទេបើគេជំនួសលេខនៃខ្ទង់នីមួយៗសម្រាប់អក្សរនីមួយៗដោយធ្វើអំណះអំណាងជាលេខយ៉ាងត្រឹមត្រូវ។

$$\begin{array}{r} T\ H\ R\ E\ E \\ +\quad F\ I\ V\ E \\ \hline E\ I\ G\ H\ T \end{array}$$

51. ឧបមាថា $a$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាននិង $\{a^{-1}\}=\{a^2\}\,;2<a^2<3$។ គណនាតម្លៃនៃ $a^{12}-144a^{-1}$។សម្គាល់ $\{x\}=x-[x]\,,0\le\{x\}<1$ ហៅថា ម៉ង់ទីសនៃ $x$។

52. $n$ រង្វង់លើប្លង់មួយចែកប្លង់បានប៉ុន្មានផ្នែក ? បើដឹងថារង្វង់ពីរណាក៏កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំនុច និងមានមានរង្វង់បីណាមាន ចំនុចរួមមួយ។

53. បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ គេបាន $A_n=19\times8^n+17$ ជាចំនួនមិនបឋម។

54. គេឱ្យ $(i)$ $u_1,u_2\in\mathbb{Z}$ និង $\dfrac{u_1^{\,2}+u_2^{\,2}+u}{u_1u_2}\in\mathbb{Z}$ ដែល $u\in\mathbb{Z}$ ។

$(ii)$ $u_{n+2}\times u_n=u_{n+1}^{\,2}+u$ បង្ហាញថា ស្វ៊ីត $(u_n)$ ជាស្វ៊ីតនៃចំនួនគត់។

55. គេឱ្យអនុគមន៍ $f$ កំណត់និងជាប់លើ $\Re$ ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់ $\forall x,y\in\Re,\ f(x+y)+x+y=\left[f(x)+x\right]\left[f(y)+y\right]$ និង $f(1)=a-1\,,(a>0)$។

ក) បង្ហាញថា $\forall x\in\Re,\ f(x)+x\ge0$។តាមសម្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីរសម្មតិកម្ម

បង្ហាញថា $\forall x\in\Re\,,\ f(x)+x\ne0$។ទាញឱ្យបានថា $f(0)=1$។

ខ) បង្ហាញថា $\forall x\in\Re\,,\forall n\in\mathbb{N}$ គេបាន $f(nx)+nx=\left[f(x)+x\right]^n$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ f\left(\dfrac{1}{n}\right)+\dfrac{1}{n}=a^{\frac{1}{n}}$។ទាញរកកន្សោមនៃអនុគមន៍ $f(x)$

56. ចូររើសលេខផ្សេងគ្នា $a,b,c,d$ ពីសំណុំ $\{2,3,4,5,8,9\}$ ដែលប្រមាណវិធីគុណខាងក្រោមនេះត្រឹមត្រូវ

$$\begin{array}{r} 7\ a\ d \\ \times\qquad b\ a \\ \hline b\ b\ o\ b \\ 1\ d\ 6\ c\ \ \\ \hline 1\ 6\ c\ c\ b \end{array}$$

57. ធ្វើប្រមាណវិធីខាងក្រោមដែកអក្សរនិមួយៗតាងឱ្យលេខ $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ខុសៗគ្នា។

$$\begin{array}{r} g\ o\ o\ d \\ +\quad d\ o\ g \\ \hline f\ a\ n\ g\ s \end{array}$$

58. ធ្វើប្រមាណវិធីខាងក្រោមដែលអក្សរនិមួយៗតាងឱ្យលេខ $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ខុសៗគ្នា។

$$\begin{array}{r} s\ a\ y \\ \times\quad s\ i \\ \hline n\ o\ s\ y \\ i\ c\ y\ \ \\ \hline a\ n\ n\ o\ y \end{array}$$

59. រកចំនួនគត់ $A$ មានពីខ្ទង់ដែលសំណើរបួនខាងក្រោមនេះមានពីរជាសំណើរពិតនិងពីរមិនពិត

១- $a:5$

២- $a:23$ ជាការប្រែប្រាកដ

៤- $A-10$ ជាការប្រែប្រាកដ

60. ធ្វើប្រមាណវិធីខាងក្រោម ដែលអក្សរនិមួយៗតាងឱ្យលេខ $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ខុសៗគ្នា។

$$\begin{array}{r} boys \\ +\ boys \\ \hline silly \end{array}$$

# មេរៀនទី៣ ៖ ការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាព

## ៣.១. លក្ខណៈទូទៅ

ការអប់រំ គឺជាឧបករណ៍ដ៏សំខាន់មួយសម្រាប់ការសម្រេចបាននូវនិរន្តរភាព។ ប្រជាជននៅជុំវិញ ពិភពលោកបានទទួលស្គាល់ថា និន្នាការនៃការអប់រំនាពេលបច្ចុប្បន្ននេះ គឺមានគោលដៅអភិវឌ្ឍសេដ្ឋកិច្ចប្រកបដោយចីរភាពព្រមទាំងការយល់ដឹងពីបច្ចេកវិទ្យា ដែលជាគន្លឹះក្នុងការផ្លាស់ប្ដូរឆ្ពោះទៅរកនរន្តភាព សង្គម។ មនុស្សជាច្រើនមានទស្សនវិស័យខុសគ្នាអំពីអត្ថន័យនៃការអភិវឌ្ឍប្រកបដោយនិរន្តរភាព ហើយលើកឡើងថា ការអប់រំមិនបានផ្លាស់ប្ដូរឆាប់រហ័សក្នុងការអភិវឌ្ឍវិស័យអប់រំ ដើម្បីឱ្យមាននិរន្តរភាព (ESD)។ កិច្ចប្រជុំនៅ Toolkit ប្រទេសថៃបានលើកឡើងពីបញ្ញត្តិ៣គឺ៖

- ការអប់រំសម្រាប់ការអភិវឌ្ឍប្រកបដោយចីរភាព Education for Sustainable Development(ESD)
- ការអប់រំសម្រាប់និរន្តរភាព Education for Sustainability (EfS)
- និរន្តរភាពការអប់រំ Sustainability Education (SE)។

ការអប់រំបានផ្ដោតយ៉ាងសំខាន់លើការអភិវឌ្ឍដែលជាប្រយោជន៍សម្រាប់មនុស្ស និងសង្គមមនុស្សឲ្យល្អប្រសើរក្នុងពេលអនាគត។ លោក Ian Boyne បានលើកឡើងថា ការអប់រំគឺជាធាតុចម្បងសម្រាប់ អភិវឌ្ឍមនុស្ស ការបង្កើតសង្គមដ៏ពិសិដ្ឋមួយ និងការអភិវឌ្ឍទីផ្សារ ការងារនាពេលបច្ចុប្បន្ននេះ គឺពឹងផ្អែក លើវិស័យអប់រំដែលជាឧបករណ៍សម្រាប់ការផលិត។ UNESCO បានពន្យល់ក្នុងសៀវភៅមួយ "រៀនដើម្បី រស់" ដែលមានន័យថា ស្វែងរកវិធីនៃការអភិវឌ្ឍឲ្យកាន់តែប្រសើរឡើងនូវគុណភាពជីវិតរបស់យើងទាំងអស់ គ្នាដោយមិនបំផ្លាញបរិស្ថាន។

## ៣.២. ការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាពជាអ្វី?

Education for Sustainable Development (ESD) គឺជាដំណើរការបង្រៀន និងរៀនដែល ផ្អែកលើទស្សនៈ និងគោលការណ៍ធានាបាននូវនិរន្តរភាព ដែលមានទំនាក់ទំនងនៅគ្រប់កម្រិត ប្រភេទ ជាមួយអ្នកសិក្សាតាមរយៈការផ្ដល់នូវគុណភាពអប់រំ និងជំរុញនូវការអភិវឌ្ឍធនធានមនុស្សប្រកបដោយ និរន្តរភាព។ តើការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាពមានន័យយ៉ាងដូចម្ដេច?

- មនុស្សធ្វើការអភិវឌ្ឍជាមូលដ្ឋានរបស់គេ
- ការរៀបចំសិស្សឱ្យក្លាយទៅជាសិស្សដែលមានទំនុកចិត្ត និងឯករាជ្យ
- បង្កើតនូវសមភាព
- អាទិភាពសម្រាប់សកម្មភាពផ្ទាល់ខ្លួន
- ការគិតអំពីការអភិវឌ្ឍដទៃទៀត
- ការអភិវឌ្ឍជាអចិន្ត្រៃ
- ការអប់រំដែលធ្វើឱ្យអ្នកសិក្សាទទួលបាន បំណិន សមត្ថភាព តម្លៃ និងចំណេះដឹងដែលត្រូវការចំបាច់ ដើម្បី ធានាបាននូវការអភិវឌ្ឍប្រកបដោយនិរន្តរភាព ការអប់រំដែលបានផ្ដល់ជូនដល់គ្រប់កម្រិត និងបរិបទសង្គម (គ្រួសារ សាលារៀន កន្លែងធ្វើការសហគមន៍)

- ការអប់រំដែលជំរុញឱ្យប្រជាជនមានទំនួលខុសត្រូវ និងលើកកម្ពស់ប្រជាធិបតេយ្យដោយអនុញ្ញតឱ្យប្រជាជនម្នាក់ៗ និងសហគមន៍រីករាយនឹងសិទ្ធិ និងទំនួលខុសត្រូវពេញលេញ
- ការអប់រំដែលឈរលើគោលការណ៍រៀនពេញមួយជីវិត
- ការអប់រំដែលជំរុញអភិវឌ្ឍន៍ដល់ប្រជាពលរដ្ឋម្នាក់ៗ ។

## ៣.៣. ប្រវត្តិនៃការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាព(ESD)

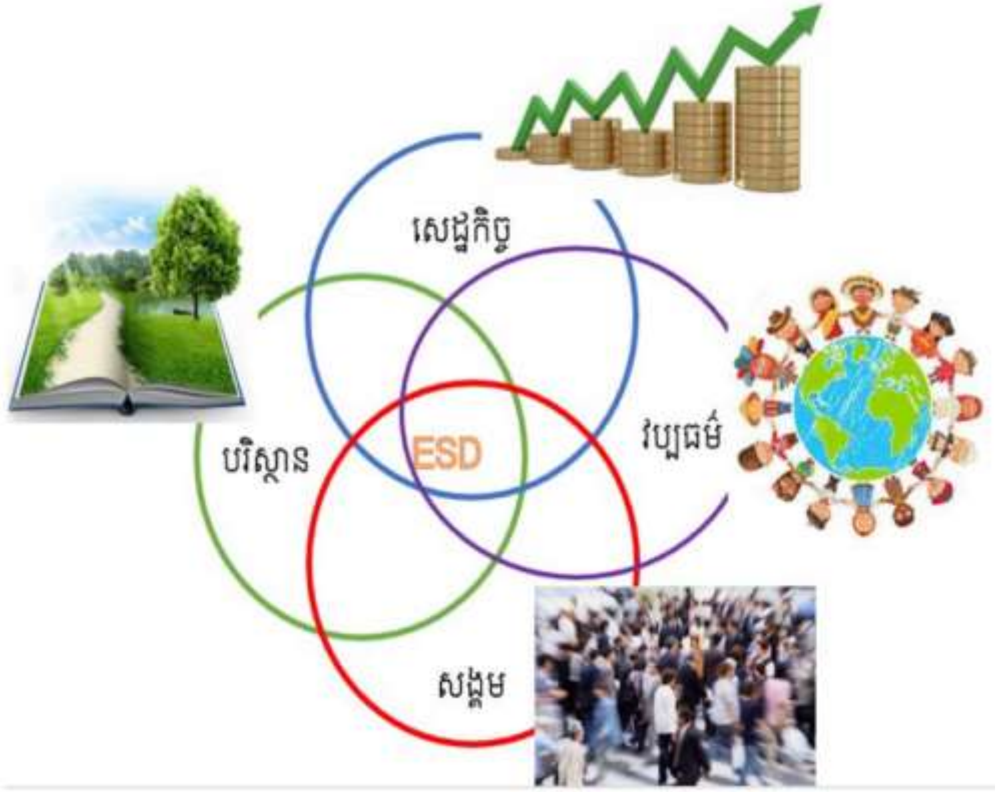
ប្រវត្តិសាស្ត្រនៃការអភិវឌ្ឍប្រកបដោយនិរន្តរភាព(ESD) ចាក់ឫសនៅក្នុងប្រវត្តិសាស្ត្រនៃអង្គការ សហប្រជាជាតិនៅក្នុងចលនាបរិស្ថាន។ ពាក់កណ្តាលឆ្នាំ១៩៨០ អង្គការសហប្រជាជាតិបានដាក់ចេញ ជាយុទ្ធសាស្ត្រធំៗដើម្បីដោះស្រាយពីតម្រូវការក្នុងសង្គម និងបរិស្ថាន ។ នៅឆ្នាំ១៩៨៧ មហាសន្និបាត របស់អង្គការសហប្រជាជាតិបានរកឃើញគំនិតស្របគ្នានៃការអប់រំ ដើម្បីគាំទ្រដល់ការអភិវឌ្ឍប្រកប ដោយនិរន្តរភាព ហើយ២០០២ បានពង្រីក និងស៊ីជម្រៅ និងការប្តេជ្ញាចិត្តឆ្ពោះទៅរកការអភិវឌ្ឍប្រកប ដោយនិរន្តរភាពនៅគ្រប់កម្រិតទាំងអស់ក្នុងស្រុកដើម្បីឆ្ពោះទៅរកលក្ខណៈជាសាកល។ ឆ្នាំ២០០៥ អង្គការ (UNESCO)បានដាក់ឲ្យអនុវត្តជាលក្ខណៈអន្តរជាតិ ។

## ៣.៤. ធាតុសំខាន់នៃការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាព (ESD)

ជាតុសំខាន់នៃការអប់រំប្រែកបដោយនិរន្តរភាពគឺៈ

- ❖ បរិស្ថាន
  - ធនធានធម្មជាតិ( ទឹក ថាមពល កសិកម្ម ជីវសាស្ត្រចំរុះ )
  - បំរែបំរួលអាកាសធាតុ
  - អភិវឌ្ឍជនបទ
  - នគរូបនីយកម្មប្រកបដោយនិរន្តរភាព
  - ការពារ និងកាត់បន្ថយគ្រោះមហន្តរាយ
- ❖ សង្គម
  - សិទ្ធិមនុស្ស
  - សន្តិភាព និងសន្តិសុខ
  - សមភាពយេនឌ័រ
  - សុខភាព
  - HIV/AIDS
  - អភិបាលកិច្ច
- ❖ សេដ្ឋកិច្ច
  - ការកាត់បន្ថយភាពក្រីក្រ | ០ ទំនួលខុសត្រូវ និងគណនីយភាពសាជីវកម្ម
  - ទីផ្សារសេដ្ឋកិច្ច
- ❖ វប្បធម៌
  - វប្បធម៌សម្បូរបែប

- ការយល់អំពីអន្តរវប្បធម៌ ជំនឿ សាសនា




ការបង្ហាញនូវបរិបទ បញ្ហាការូបនីយកម្ម អាទិភាពក្នុងស្រុក កសាងសមត្ថភាពជនស៊ីវិល សម្រាប់ សហគមន៍ដោយផ្អែកលើការសម្រេចចិត្ត ការអត់ឱនគ្នាក្នុងសង្គម ថែរក្សាបរិស្ថាន កម្លាំងពល កម្ម និងគុណភាពជីវិត ។

## ៣.៥. សរសរស្តម្ភនៃការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាព(ESD)

ការបញ្ជាបនូវ(ESD) តាមរយៈទម្រង់ផ្សេងៗនៃបច្ចេកទេសគរុកោសល្យសម្រាប់លើកកម្ពស់ ដល់ការសិក្សា និងការគិតកម្រិតខ្ពស(UNESCO, 2005, International Implementation Scheme) ។
អង្គការ UNESCO បានកំណត់នូវមូលដ្ឋានគ្រឹះសម្រាប់ការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាពមាន៥ គឺ
(Five Pillars of ESD)

១. រៀនដើម្បីយល់ដឹង(Learning to know) ស្គាល់ពីធម្មជាតិ និងវិវត្តន៍របស់វា៖

- ដើម្បីឆ្លុះបញ្ចាំងពីតម្រូវការដែលមិនធ្លាប់មានក្នុងសង្គម
- ដើម្បីទទួលស្គាល់ពីតម្រូវការក្នុងស្រុក និងផលប៉ះពាល់ពីអន្តរជាតិ
- ដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហាជាសាកល និងអាទិភាពក្នុងស្រុក

២. រៀនដើម្បីត្រៀមខ្លួន(Learning to be) កសាងលើគោលការណ៍ និងតម្លៃនៃការអភិវឌ្ឍ ប្រកបដោយចីរភាព៖

- ដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហាសុខុមាលភាពនៃវិស័យទាំងបីនៃនិរន្តរភាព បរិស្ថាន សង្គម និង សេដ្ឋកិច្ច
- រួមចំណែកដល់ការអភិវឌ្ឍពេញលេញរបស់មនុស្សលើចិត្ត និងរាងកាយ ការប្រែប្រួលអាកាសធាតុ និង សាសនា

៣. រៀនរស់នៅជាមួយគ្នា (Learning to live together) កសាងសមត្ថភាពសម្រាប់ធ្វើការនៅ តាមសហគមន៍ ការសម្រេចចិត្ត ការអត់ឱនក្នុងសង្គម ថែរក្សាបរិស្ថាន និងគុណភាពនៃជីវិត

៤. រៀនដើម្បីជំនាញ (Learning to do) រួមចំណែកដល់ការស្វែងរកការងារសម្រាប់ជីវភាព ប្រចាំថ្ងៃ និងសកម្មភាពកសាងពិភពលោកមួយប្រកបដោយនិរន្តរភាព និងមានសុវត្ថិភាពសម្រាប់ មនុស្សគ្រប់គ្នា

៥. រៀនដើម្បីផ្លាស់ប្តូរខ្លួនឯង និងសង្គម (Learning to transform oneself and society) រួមបញ្ចូលតម្លៃមរតកវប្បធម៌ ដើម្បីការអភិវឌ្ឍប្រកបដោយចីរភាពទៅក្នុងគ្រប់ទិដ្ឋភាពទាំងអស់នៃការ សិក្សា ផ្តល់អំណាចដល់ប្រជាជនដើម្បីឲ្យការទទួលខុសត្រូវលើការអភិវឌ្ឍប្រកបដោយនិរន្តរភាពនា ពេលអនាគត។ អង្គការ (UNESCO) បានកំណត់យក (ESD) ដាក់បញ្ចូលក្នុងកម្មវិធីសិក្សា ដើម្បីផ្តល់នូវការ អភិវឌ្ឍជំនាញវិជ្ជាជីវៈសម្រាប់គ្រូបង្រៀន សិស្ស អ្នកអភិវឌ្ឍកម្មវិធីសិក្សា អ្នកបង្កើតគោលនយោបាយ អប់រំ អ្នកនិពន្ធសៀវភៅសិក្សា និងអ្នកផលិតសម្ភារៈឧបទេសសម្រាប់បង្រៀន និងរៀន។

## ៣.៦. ខ្លឹមសារបញ្ហាបមេរៀនសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

**ឧទាហរណ៍១៖** អ្នកបរិស្ថានវិទ្យាបានធ្វើការប៉ាន់ប្រមាណថាបឹងមួយដែលបានបង្កើតឡើងដោយមនុស្ស អាចផ្គត់ផ្គង់ចំនួនត្រីខ្ពស់បំផុតបាន 2500ក្បាល។ បឹងនេះផ្ទុកត្រីដំបូងបង្អស់មានចំនួន500ក្បាល ហើយបន្ទាប់ពី 6ខែក្រោយមកចំនួនត្រីត្រូវបាន គេប៉ាន់ស្មានថាមាន 1500ក្បាល។ ឧបមាថាចំនួន សូមមើល អង្គការ UNESCO ការអប់រំប្រកបដោយនិរន្តរភាព (ESD)ឆ្នាំ២០០៥ ។ ត្រីដែលបានកើនឡើងនោះគឺសមាមាត្រទៅនឹងចំនួនត្រីនាពេលបច្ចុប្បន្ន ហើយភាពដែលខុសគ្នា នោះរវាងសមត្ថភាពផ្ទុក និងចំនួនត្រីនាពេលបច្ចុប្បន្ន ។ រករូបមន្តដើម្បីកំនត់ចំនួនត្រីនៅក្នុងបឹងបន្ទាប់ពី $t$ ខែ និងចូរធ្វើការប៉ាន់ស្មានពីចំនួនត្រីនៅចុងឆ្នាំដំបូង ។

### បញ្ហាបជំហានទី៣

**សំណួរ៖** តើការចិញ្ចឹមត្រីមិនត្រឹមត្រូវតាមបច្ចេកទេសតើមានផលប៉ះពាល់អ្វីខ្លះដល់សង្គមបរិស្ថាន និងសេដ្ឋកិច្ច?

**សង្គម ៖** តើមានប្រជាជនរស់នៅជុំវិញបឹងរឺទេ? មានមនុស្សរស់នៅជុំវិញបឹង

**បរិស្ថាន ៖** ចំនួនត្រីដែលអាចផ្ទុកបាននៅក្នុងបឹង មានន័យថាបើបឹងតូចដាក់ត្រីច្រើនពេកនោះធ្វើឱ្យត្រីងាប់ស្អុយទឹកដែលជះឥទ្ធិពលដល់ការប្រើប្រាស់ទឹក។

**សេដ្ឋកិច្ច៖** តម្រូវការត្រីដើម្បីផ្គត់ផ្គង់ដល់មនុស្ស

**វប្បធម៌៖** ទម្លាប់នៃការចិញ្ចឹមត្រីឱ្យសមស្របទៅនឹងទំហំបឹង

**<u>ដំណោះស្រាយ</u>**

តាង N(t) ជាចំនួនត្រី នៅរយៈពេល t សមត្ថភាពអាចផ្ទុកបាន = 2500

$$N(0) = 500$$

$$N(6) = 1500$$

$$N(t) = \frac{2500}{1 + Ce^{-klt}}$$

ដោយ $N(0) = 500 \Leftrightarrow 500 = \frac{2500}{1+C} \Rightarrow C = 4$

$$1500 = \frac{2500}{1+4e^{-6kl}}$$
$$3 = \frac{5}{1+4e^{-6kl}}$$
$$3 + 12e^{-6kl} = 5$$
$$e^{-6kl} = 6$$
$$kl = \frac{ln\, 6}{6}$$
$$N(t) = \frac{2500}{1+4e^{-6kl}}$$

ដូចនេះ ចំនួនត្រីនៅរយៈពេល $t$ គឺ $N(t) = \frac{2500}{1+4e^{-6kl}}$

$$N(12) = \frac{2500}{1+4e^{-0,3.12}}$$
$$= \frac{2500}{1+4e^{-3,6}} = 2254$$

ចំនួនត្រីនៅចុងឆ្នាំដំបូងគឺ $N(12) = 2254$ ក្បាល

# កិច្ចតែងការបង្រៀនខ្លឹមសារការអនុវត្តន៍សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

**កាលបរិច្ឆេទ៖** ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំជូត ទោស័ក ពស២៥៦៤ ត្រូវនឹងថ្ងៃទី ខែ ឆ្នាំ២០២០

**មុខវិជ្ជា៖** គណិតវិទ្យា

**ថ្នាក់ទី៖** ១២

**រយៈពេល៖** ៩០នាទី

**រៀបរៀង និងបង្រៀនដោយ៖**

I. **វត្ថុបំណង**
- **វិជ្ជាសម្បទា៖** កំណត់បានរូបមន្តកំណើនមានកំណត់បានតាមរយៈសំណួរបំផុស
- **បំណិនសម្បទា៖** យករូបមន្តមកអនុវត្តន៍ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ដែលទាក់ទងនឹងសង្គមសេដ្ឋកិច្ចវប្បធម៌ និងបរិស្ថាន
- **ចរិយាសម្បទា៖** មានទម្លាប់ក្នុងការចូលរួមការងារសង្គម សេដ្ឋកិច្ច វប្បធម៌ និងបរិស្ថាន

II. **សម្ភារឧបទេស៖**

III. **វិធីសាស្ត្របង្រៀន៖** វិធីសាស្ត្របង្រៀនដោយផ្ទាល់ និងមិនផ្ទាល់

| **សកម្មភាពគ្រូ** | **ខ្លឹមសារ** | **សកម្មភាពសិស្ស** |
|---|---|---|
| **ជំហានទី១៖ រដ្ឋបាលថ្នាក់** (៣នាទី) | | |
| គ្រូតពិនិត្យអវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអនាម័យ | រដ្ឋបាលថ្នាក់ | ប្រធានថ្នាក់ឡើងប្រាប់គ្រូពីអវត្តមាន |
| **ជំហានទី២ ៖** រំឭកមេរៀនចាស់ (៥នាទី) | | |
| កំណត់ខ្សែកោងដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខ័ណ្ឌខាងក្រោម:<br>ក. $dy/dx = -y/x^2$<br>ខ. $y(1) = e$ | ក. $dy/dx = -y/x^2$<br>ខ. $y(1) = e$ | តាមលក្ខខ័ណ្ឌ(ក)យើងបាន:<br>$\frac{1}{d}\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2}$<br>$\ln\|y\| = \frac{1}{x} + B$ ( $B$ចំណួនថេរ)<br>$y = Ce^{\frac{1}{x}}$<br>តាមលក្ខខ័ណ្ឌ(ខ)យើងបាន<br>$y = e^{\frac{1}{x}}$ |
| **ជំហានទី៣ ៖** មេរៀនថ្មី (៣០នាទី) | | |
| ក្រោយពីប្អូនបានសិក្សាសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរួចហើយចូរប្អូន | **ការអនុវត្តន៍សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល**<br>១.រូបមន្តកំណើនមានកំណត់<br>$N = \frac{Cle^{lkt}}{1+Ce^{lkt}}$ | សិស្សសរសេររូបមន្តចូលក្នុងសៀវភៅ<br>$N = \frac{Cle^{lkt}}{1+Ce^{lkt}}$ ឬ $N = \frac{l}{1+Ce^{-lkt}}$ |

| | | |
|---|---|---|
| ពិនិត្យរូបមន្តមួយដែលទាក់ទងនឹងសមីការ<br>ឌីផេរ៉ង់ស្យែលគឺរូបមន្តកំណើនមានកំណត់ ដូចខាងក្រោម:<br>$N=\frac{Cle^{lkt}}{1+Ce^{lkt}}$ ឬ<br>$N=\frac{l}{1+Ce^{-lkt}}$<br>គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍១ដើម្បីអនុវត្តន៍រូមន្តខាងលើ<br><br>សំណួរៈតើការចិញ្ចឹមត្រីមិនត្រឹមត្រូវតាមបច្ចេកទេសមានផលប៉ះពាល់អ្វីខ្លះដល់សង្គមបរិស្ថាននិងសេដ្ឋកិច្ច?<br><br>- ចូរប្អូនធ្វើការដោះស្រាយឧទាហរណ៍ខាងលើតាមការពិភាក្សា | ឬ $N=\frac{l}{1+Ce^{-lkt}}$<br><br>២.ខ្លឹមសារបញ្ជោប<br>**ឧទាហរណ៍ទី១៖** អ្នកបរិស្ថានវិទ្យាបានធ្វើការប៉ាន់ប្រមាណថាបឹងមួយដែលបង្កើតឡើងដោយមនុស្សអាចផ្គត់ផ្គង់ចំនួនត្រីខ្ពស់បំផុតបាន ២៥០០ក្បាល។ បឹងនេះផ្ទុកត្រីដំបូងបង្អស់មានចំនួន៥០០ក្បាល ហើយក្រោយមកចំនួនត្រីត្រូវបាន គេប៉ាន់ស្មានថាមាន ១៥០០ក្បាល។<br>ឧបមាថាចំនួនត្រីដែលបានកើតឡើងនោះគឺសមាមាត្រទៅនឹងចំនួនត្រីនាពេលបច្ចុប្បន្នហើយភាពដែលខុសគ្នារវាងសមត្ថភាពផ្ទុកនិងចំនួនត្រីនាពេល បច្ចុប្បន្ន។ រករូបមន្តដើម្បីកំណត់ចំនួនត្រីនៅក្នុង បឹងបន្ទាប់ពី $t$ ខែនិងចូរធ្វើ ការប៉ាន់ស្មានពីចំនួនត្រីនៅចុងឆ្នាំដំបូង។ | សិស្សសរសេរខ្លឹមសារឧទាហរណ៍១ក្នុងសៀវភៅ<br><br>**សិស្សឡើងឆ្លើយសំណួរ**<br>សង្គម:មានផលប៉ះពាល់ដល់មនុស្សដែលរស់នៅជុំវិញបឹង<br>បរិស្ថាន:មានន័យថាការចិញ្ចឹមត្រីគឺអាស្រ័យលើទំហំបឹង បើបឹងតូចដាក់ត្រីច្រើនពេកនោះធ្វើឱ្យត្រីងាប់ស្អុយទឹកដែលជះឥទ្ធិពលដល់ការប្រើប្រាស់ទឹក។<br>**សេដ្ឋកិច្ច៖** មានន័យ បើបឹងតូចដាក់ត្រីច្រើនពេកនោះធ្វើឱ្យត្រីងាប់នាំឱ្យខាតបរិការច្រើន។<br>-តាង $N(t)$ ជាចំនួនត្រី នៅរយៈពេល $t$ សម្មត្ថភាពអាចផ្ទុកបាន=2500<br>$N(0)=500$<br>$N(6)=1500$<br>$N(t)=\frac{2500}{1+Ce^{-klt}}$<br>ដោយ $N(0)=500$<br>$\Leftrightarrow 500=\frac{2500}{1+C}\Rightarrow C=4$<br>$500=\frac{2500}{1+4e^{-6kl}}$<br>$3=\frac{5}{1+4e^{-6kl}}$<br>$3+12e^{-6kl}=5$<br>$e^{6kl}=6$<br>$kl=\frac{\ln 6}{6}$ |

| | | |
|---|---|---|
| ដូច្នេះឧទាហរណ៍នេះបញ្ជាក់ថាការចិញ្ចឹមត្រីបានល្អ គឺ យើងត្រូវគិតពីទំហំបឹងគិតពីបរិស្ថានទឹកនិងការ ឱ្យចំណីទៀងទាត់ ដែលទាំងអស់នេះធ្វើឱ្យការរស់នៅរបស់យើងមានសុខភាពល្អ និងសេដ្ឋកិច្ចគ្រួសារល្អ។<br>ដាក់ឧទាហរណ៍ទី២<br><br>សំណួរៈតើការវិវត្តនៃជំងឺឆ្លងមានផលប៉ះពាល់អ្វីខ្លះដល់សង្គមបរិស្ថានសេដ្ឋកិច្ច និងវប្បធម៌ ?<br><br>គ្រូឱ្យសិស្សឡើងដោះស្រាយ លំហាត់ រួចត្រួតពិនិត្យមើល តាមក្រោយនិងកែលំអរ | **ឧទាហរណ៍ទី២៖**<br>ជំងឺរាតត្បាតគ្រុនផ្ដាសាយធំបានឆ្លងដល់មនុស្ស ៨០០០នាក់ក្នុងសហគមន៍សាកលវិទ្យាល័យមួយដែលមានអត្រាសមាមាត្រ រៀងគ្នាទៅនឹងចំនួនមនុស្សដែលបាន ឆ្លងរួចហើយ និងចំនួនមនុស្សដែលមិនទាន់ឆ្លង។ ប្រសិនបើវាចាប់ផ្ដើមឡើងមាន ១០ករណី ហើយនឹងរីករាលដាលក្នុងរវាង មួយសប្ដាហ៍ដល់១៥០០ករណី។ ររករូបមន្តចំពោះទំហំនៃរោគរាតត្បាតនេះបន្ទាប់ពីរយៈពេល $t$ សប្ដាហ៍។ ចូរប្រើចម្លើយរបស់អ្នក ដើម្បីប៉ាន់ស្មានពីទំហំនៃរោគរាតត្បាតនេះបន្ទាប់ពីរយៈពេលពីរ សប្ដាហ៍។ | $N(t)=\frac{2500}{1+4e^{-0.3t}}$<br>ដូចនេះចំនួនត្រីនៅរយៈពេល $t$ គឺ<br>$N(t)=\frac{2500}{1+4e^{-0.3t}}$<br>$N(12)=\frac{2500}{1+4e^{-0,3.12}}$<br>$=\frac{2500}{1+4e^{-3,6}}=2254$<br>ចំនួនត្រីនៅចុងឆ្នាំដំបូងគឺ<br>$N(12)=2254$ ក្បាល។<br><br>**សង្គម:**ធ្វើឱ្យប្រជាជនមានជំងឺគ្រប់ៗគ្នា<br>**បរិស្ថាន:** ការរស់នៅដោយគ្មានអនាម័យពិបាកក្នុងការប្រាស្រ័យទាក់ទងគ្នាក្នុងគ្រួសារនិងក្នុងសង្គម<br>**សេដ្ឋកិច្ច:**ធ្វើឱ្យការចំណាយប្រាក់ច្រើនក្នុងការថៃទាំនិងទប់ស្កាត់។<br>**វប្បធម៌:**ពិបាកក្នុងការទំនាក់ទំនង គ្នាព្រោះខ្លាចឆ្លងជំងឺ។<br>គ្រូឱ្យសិស្សឡើងដោះស្រាយលំហាត់តាង<br>$l=8000$<br>$N(0)=10$<br>$N(1)=1500$<br>$N(t)=\frac{8000}{1+Ce^{-klt}}$<br>ដោយ<br>$N(0)=10\Rightarrow 10=\frac{8000}{1+C}$ |

| | | |
|---|---|---|
| | | $C = 799$<br>$e^{kl} = 15,25$<br>$k = \ln(15,25) = 2,73$<br>$N(t) = \frac{8000}{1+799e^{-2,73t}}$<br>$N(2) = \frac{8000}{1+799e^{-5,4}}$<br>$= 1819$<br>ដូចនេះអ្នកដែលអាចឆ្លងជំងឺរាតត្បាតក្នុងរយៈពេល2សប្តាហ៍គឺ $N(2) = 1819$ នាក់ |
| **ជំហានទី៤ ៖** ពង្រឹងពុទ្ធិ ( ១០នាទី ) | | |
| តើបញ្ហាខាងលើនេះផ្តល់ការវិភាគដល់សង្គមសេដ្ឋកិច្ច បរិស្ថាននិងវប្បធម៌យ៉ាហដូចម្តេចខ្លះ ? | | **សង្គម:** ការប្រកបមុខរបរឱ្យបានត្រឹម ត្រូវកុំលោភលន់ និងប៉ាន់ប្រមាណអ្វី មួយឱ្យបានសមរម្យ ហើយម្យ៉ាងទៀត ត្រូវចេះរស់នៅស្អាត ។<br>**បរិស្ថាន**:ត្រូវចេះថែរក្សាបរិស្ថាន ទឹក បរិស្ថានជុំវិញផ្ទះបរិស្ថានខ្លួន ឯង ដើម្បីកុំឱ្យមានជំងឺឆ្លងរាតត្បាត។<br>**សេដ្ឋកិច្ច**:បើយើងចេះចេះថែរក្សាប រិស្ថានទឹកបរិស្ថានជុំវិញផ្ទះបរិស្ថានខ្លួនឯងនិងរស់នៅស្អាតនោះការចំណាយលើការថែទាំជំងឺអស់ ថវិការតិចនិងការ រកចំណូលក្នុងការរកស៊ីដោយមិនលោភលន់ក៏បានប្រាក់សមល្មមនឹង ចិញ្ចឹមគ្រួសាររស់យ៉ាងស្រួលទៅថ្ងៃ អនាគត។<br>**វប្បធម៌**:យើងជាប្រជាពលរដ្ឋត្រូវមានទំលាប់ការរកស៊ីដោយមិនលោភលន់ និងមានទំលាប់ការ រស់នៅស្អាតដើម្បីសុខភាពរបស់យើង ។ |
| **ជំហានទី៥ ៖** កិច្ចការផ្ទះ( ៥នាទី )និងបណ្តាំផ្ញើ | | |

| | | |
|---|---|---|
| ចូរប្អូនអានមេរៀនបន្ទាប់ទៀតគឺ សំណុំហើយត្រូវជួយធ្វើកិច្ចការឪពុកម្តាយ និងមុនហូបអ្វីត្រូវចេះលាងដៃនឹងសាប៊ូជាមុនសិន បើអត់សាប៊ូត្រូវលាងនឹងផេះ។ | ចូរប្អូនអានមេរៀនបន្ទាប់ទៀត គឺ សំណុំហើយត្រូវជួយធ្វើកិច្ចការឪពុកម្តាយ និងមុនហូបអ្វីត្រូវចេះលាងដៃនឹងសាប៊ូជាមុនសិន បើអត់សាប៊ូត្រូវលាងនឹងផេះ។ | សិស្សត្រងត្រាប់ស្តាប់គ្រូ និងកត់ចំណាងជើងមេរៀនដែលត្រូវអានរួចជម្រាបលាគ្រូទៅផ្ទះ។ |

## ៧. កិច្ចតែងការគំរូ

### កិច្ចតែងការបង្រៀនគំរូទី១

**កាលបរិច្ឆេទ** ៖ ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំខាល ចត្វាស័ក ព.ស.២៥៦៦ ត្រូវនឹងថ្ងៃទី ខែ ឆ្នាំ២០២២

**មុខវិជ្ជា** ៖ គណិតវិទ្យា

**ថ្នាក់ទី** ៖ ១០

**ជំពូកទី៣** ៖ សមីការ និងវិសមីការ

**មេរៀនទី១** ៖ សមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត

**រយៈពេល** ៖ ៤៥នាទី

I. **វត្ថុបំណង** ៖ ក្រោយពីបានសិក្សាមេរៀននេះចប់

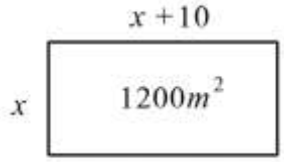
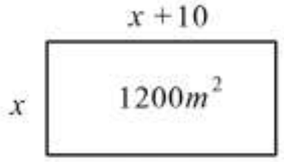
- **វិជ្ជាសម្បទា៖** សិស្សប្រាប់សញ្ញាណនៃការប្រើប្រាស់សមីការដឺក្រេទី២ ក្នុងជីវភាពរស់នៅបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈការពិភាក្សាក្រុម។
- **បំណិនសម្បទា៖** ដោះស្រាយចំណោទក្នុងជីវភាពរស់នៅដោយប្រើសមីការដឺក្រេទី២ បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈការពិភាក្សាក្រុម។
- **ចរិយាសម្បទា៖** មានទម្លាប់ក្នុងការចូលរួមការងារសង្គម សេដ្ឋកិច្ច វប្បធម៌ និងបរិស្ថាន។

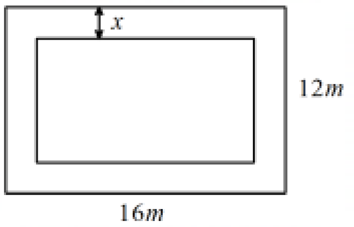
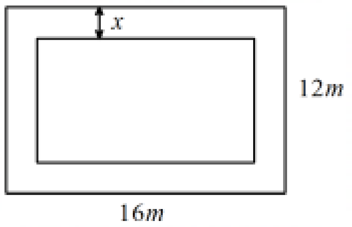
II. **សម្ភារឧបទេស៖** សៀវភៅសិក្សាគោល និងសៀវភៅគ្រូ ទំព័រ១១១

III. **វិធីសាស្ត្របង្រៀន៖** វិធីបង្រៀនតាមបែបដោះស្រាយបញ្ហា ដោយបញ្ជ្រាបESD

IV. **ដំណើរការបង្រៀន**

| **សកម្មភាពគ្រូ** | **ខ្លឹមសារ** | **សកម្មភាពសិស្ស** |
|---|---|---|
| **ជំហានទី១ ៖ រដ្ឋបាលថ្នាក់ (៣នាទី)** | | |
| -ត្រួតពិនិត្យអវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអនាម័យ | អវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអនាម័យ | ប្រធានថ្នាក់ឡើងប្រាប់គ្រូពីអវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអនាម័យ |
| **ជំហានទី២ ៖ រំឭកមេរៀនចាស់ (៥នាទី)** | | |
| សំណួរ៖ តើមានវិធីអ្វីខ្លះដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត? | វិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត<br>- តាមផលគុណកត្តា<br>- តាមលក្ខណៈឫសការេ<br>- តាមការបំពេញជាការេទ្វេធា<br>- តាមឌីសគ្រីមីណង់<br>- តាមទំនាក់ទំនងរវាងឫស និងមេគុណនៃសមីការដឺក្រេទី២ | វិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត<br>- តាមផលគុណកត្តា<br>- តាមលក្ខណៈឫសការេ<br>- តាមការបំពេញជាការេទ្វេធា<br>- តាមឌីសគ្រីមីណង់<br>- តាមទំនាក់ទំនងរវាងឫស និងមេគុណនៃសមីការដឺក្រេទី២ |
| **ជំហានទី៣ ៖ មេរៀនថ្មី (២៥នាទី)** | | |

| | | |
|---|---|---|
| -ដាក់ឧទាហរណ៍<br><br>-សំណួរ៖<br>តើការសង់របងជុំវិញចម្ការមិនត្រឹមត្រូវតាមបច្ចេកទេសមានផលប៉ះពាល់អ្វីខ្លះដល់សង្គម បរិស្ថាន សេដ្ឋកិច្ច និងវប្បធម៌? | **ឧទាហរណ៍៖** ចម្ការមួយមានរាងចតុកោណកែង មានបណ្តោយលើសទទឹង $10m$។ គេចង់សង់របងព័ទ្ធជុំវិញចម្ការនេះ។ រកប្រវែងរបង បើចម្ការនោះមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង$1200m^2$។ | **ឆ្លើយសំណួរ៖**<br>**សង្គម:** ធ្វើឱ្យមានបញ្ហាជាមួយមនុស្សដែលមានចម្ការនៅជិតៗនោះ (អាចធ្វើរបងចូលដីអ្នកជិតខាង)<br>**បរិស្ថាន:** បង្កការប៉ះពាល់ដល់បរិស្ថាន បើការសាងសង់ត្រូវរុះរើ និងខូចខាត<br>**សេដ្ឋកិច្ច:** ធ្វើឱ្យការចំណាយប្រាក់ច្រើនក្នុងការធ្វើរបងខុសបច្ចេកទេស<br>**វប្បធម៌:** ពិបាកក្នុងការទំនាក់ទំនងគ្នា ព្រោះតែទំនាស់ ខុសពីវប្បធម៌ខ្មែរដែលចេះជួយគ្នា និងមិនលោភលន់។<br>-ធ្វើឧទាហរណ៍ជាក្រុម |
| -ចែកក្រុមសិស្សឱ្យដោះស្រាយឧទាហរណ៍ | ចម្លើយ<br><br>តាង $x$ ជាទទឹង នោះបណ្តោយគឺ $x+10$<br>គេបាន $x(x+10)=1200m^2$<br>ឬ $x^2+10x-1200=0$<br>ដោះស្រាយសមីការ គេបាន $x_1=-40, x_2=30$<br>ដោយជ្រុងចម្ការយកតម្លៃវិជ្ជមាន<br>ដូចនេះ $x=30$<br>គេបានបណ្តោយ<br>ប្រវែងរបង $(30+40)2=140m$ | <br>តាង $x$ ជាទទឹង នោះបណ្តោយគឺ $x+10$<br>គេបាន $x(x+10)=1200m^2$<br>ឬ $x^2+10x-1200=0$<br>ដោះស្រាយសមីការ គេបាន $x_1=-40, x_2=30$<br>ដោយជ្រុងចម្ការយកតម្លៃវិជ្ជមាន<br>ដូចនេះ $x=30$<br>គេបានបណ្តោយ<br>ប្រវែងរបង $(30+40)2=140m$ |
| -ផ្ទៀងផ្ទាត់ និងកែកំហុស | ផ្ទៀងផ្ទាត់<br>ផ្ទៃក្រឡា $30m\times40m=1200m^2$ ( ពិត )<br>ដូចនេះ របងចម្ការមានប្រវែង$140m$។ | ផ្ទៀងផ្ទាត់<br>ផ្ទៃក្រឡា $30m\times40m=1200m^2$ ( ពិត )<br>ដូចនេះ របងចម្ការមានប្រវែង$140m$។<br>-បកស្រាយចម្លើយ |

<table>
<tr><td colspan="3">ជំហានទី៤៖ ពង្រឹងពុទ្ធិ (១០នាទី)</td></tr>
<tr><td>-ដាក់លំហាត់ប្រតិបត្តិឱ្យសិស្សធ្វើជាក្រុម(ក្រុមចាស់)<br><br>ពិនិត្យ និងកែសម្រួល</td><td>ប្រតិបត្តិ៖ ពូសុខមានចម្ការមួយរាងចតុកោណកែង មានទទឹងស្មើនឹង $12m$ និងបណ្តោយស្មើនឹង $16m$ ។ គាត់ចង់ធ្វើផ្លូវចូលជុំវិញក្នុងចម្ការនោះ ដោយឱ្យទទឹងផ្លូវមានប្រវែងស្មើៗគ្នា ហើយផ្ទៃក្រឡាដីដែលនៅសល់ពីផ្លូវស្មើនឹងពាក់កណ្តាលផ្ទៃក្រឡាចម្ការទាំងមូល។ តើពូសុខត្រូវយកទទឹងផ្លូវប្រវែងប៉ុន្មាន?<br><u>ចម្លើយ</u><br><br><br>រកប្រវែងទទឹងផ្លូវ<br>តាង $x$ ជាប្រវែងទទឹងផ្លូវដែលត្រូវរក<br>ដែល $0<x<12$<br>ផ្ទៃក្រឡាចម្ការសរុប $12\times16=192m^2$<br>នោះ ផ្ទៃដីចម្ការដែលនៅសល់ពីធ្វើផ្លូវគឺ<br>$(16-2x)(12-2x)=\frac{192}{2}$<br>ឬ $4x^2-56x+96=0$<br>$\Leftrightarrow x^2-14x+24=0$<br>មាន $x_1=12; x_2=2$<br>តែ $0<x<12$<br>ដូចនេះ ប្រវែងទទឹងផ្លូវគឺ $x=2$<br><u>ផ្ទៀងផ្ទាត់</u><br>ផ្ទៃក្រឡាផ្លូវ<br>$2x\times8+2x\times16$<br>$=32+64=96m^2$ (ពិត)</td><td>-ពិភាក្សាក្នុងក្រុម<br><br><u>ចម្លើយ</u><br><br><br>រកប្រវែងទទឹងផ្លូវ<br>តាង $x$ ជាប្រវែងទទឹងផ្លូវដែលត្រូវរក<br>ដែល $0<x<12$<br>ផ្ទៃក្រឡាចម្ការសរុប $12\times16=192m^2$<br>នោះ ផ្ទៃដីចម្ការដែលនៅសល់ពីធ្វើផ្លូវ<br>គឺ $(16-2x)(12-2x)=\frac{192}{2}$<br>ឬ $4x^2-56x+96=0$<br>$\Leftrightarrow x^2-14x+24=0$<br>មាន $x_1=12; x_2=2$<br>តែ $0<x<12$<br>ដូចនេះ ប្រវែងទទឹងផ្លូវគឺ $x=2$<br><u>ផ្ទៀងផ្ទាត់</u><br>ផ្ទៃក្រឡាផ្លូវ<br>$2x\times8+2x\times16$<br>$=32+64=96m^2$ (ពិត)<br>ធ្វើបទបង្ហាញពីចម្លើយ</td></tr>
<tr><td colspan="3">ជំហានទី៥៖ បណ្តាំផ្ញើ និងកិច្ចការផ្ទះ</td></tr>
<tr><td>ដាក់កិច្ចការផ្ទះ</td><td>លំហាត់ទី៨ ទំព័រ ១១៥</td><td>កត់ត្រា</td></tr>
</table>

# កិច្ចតែងការបង្រៀនខ្លឹមសារការអនុវត្តន៍អនុគមន៍លោការីត

**កាលបរិច្ឆេទ** ៖ ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំខាល ចត្វាស័ក ព.ស.២៥៦៦ ត្រូវនឹងថ្ងៃទី ខែ ឆ្នាំ២០២២

**មុខវិជ្ជា** ៖ គណិតវិទ្យា

**ថ្នាក់ទី** ៖ ១០

**ជំពូក** ៖ អនុគមន៍លោការីត

**មេរៀនទី២** ៖ ការអនុគមន៍លោការីត

**រយៈពេល** ៖ ៤៥នាទី

I. **វត្ថុបំណង** ៖ ក្រោយពីចប់ចំណុចនេះសិស្សនឹងទទួលបាន

- **វិជ្ជាសម្បទា**៖ កំណត់បបានរូបមន្តប្រាក់សរុបបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈសំណួរបំផុស
- **បំណិនសម្បទា៖** បកស្រាយបានពីការយករូបមន្តមកអនុវត្តន៍ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ដែលទាក់ទងនឹងសង្គម សេដ្ឋកិច្ច វប្បធម៌ និងបរិស្ថានបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈការពិភាក្សាក្រុម។
- **ចរិយាសម្បទា៖** មានទម្លាប់ក្នុងការចូលរួមការងារសង្គម សេដ្ឋកិច្ច វប្បធម៌ និងបរិស្ថាន។

II. **សម្ភារឧបទេស៖** កម្រងសំណួរ

III. **រយៈពេល៖** 45នាទី

IV. **វិធីសាស្ត្របង្រៀន៖** វិធីបង្រៀនតាមដោះស្រាយបញ្ហា ដោយបញ្ជ្រាបESD

| **សកម្មភាពគ្រូ** | **ខ្លឹមសារ** | **សកម្មភាពសិស្ស** |
|---|---|---|
| **ជំហានទី១៖** រដ្ឋបាលថ្នាក់ (៣នាទី) | | |
| គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអនាម័យ | អវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអនាម័យ | ប្រធានថ្នាក់ឡើងប្រាប់គ្រូពីវត្តមាន |
| **ជំហានទី២ ៖** រំឭកមេរៀនចាស់ (៥នាទី) | | |
| ដាក់លំហាត់រំលឹកមេរៀន រួចហៅសិស្សឡើងធ្វើដោះស្រាយសមីការ<br>ក. $\log_x 9 = 2$<br>ខ. $\log_3 5 + \log_3 x = \log_3 10$ | **លំហាត់៖** ដោះស្រាយសមីការ<br>ក. $\log_x 9 = 2$<br>ខ. $\log_3 5 + \log_3 x = \log_3 10$ | សិស្សឡើងដោះស្រាយសមីការ<br>ក. $\log_x 9 = 2$<br>មានន័យកាលណា $x > 0, x \neq 1$<br>គេបាន<br>$\log_x 3^2 = 2$<br>$2\log_x 3 = 2$<br>$\log_x 3 = 1$<br>$\Rightarrow 3 = x^1 = x$<br>ខ. $\log_3 5 + \log_3 x = \log_3 10$<br>មានន័យកាលណា $x > 0$<br>គេបាន |

| | | |
|---|---|---|
| | | $\log_3 5x = \log_3 10$<br>$\Rightarrow 5x = 10$<br>$x = 2$ |
| **ជំហានទី៣ ៖ មេរៀនថ្មី (២៥នាទី)** | | |
| ក្រោយពីប្អូនបានសិក្សាសមីការលោការីតរួចហើយចូរប្អូនពិនិត្យរូបមន្តមួយដែលទាក់ទងនឹងសមីការលោការីតគឺ រូបមន្តប្រាប់សរុបដូចខាងក្រោម:<br>• $y=a(1+r)^t$ បើ $r$ កើន ឬ ចំណោញ<br>• $y=a(1-r)^t$ បើ $r$ ថយ ឬ ខាត<br><br>គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍១ដើម្បីអនុវត្តន៍រូបមន្តខាងលើ<br><br>**សំណួរ៖** តើភេសជ្ជៈដែលមានជាតិស្ករខ្ពស់មិនត្រឹមត្រូវតែតាមស្តង់ដារបច្ចេកទេសមានផលប៉ះពាល់អ្វីខ្លះដល់សង្គម បរិស្ថាន និងសេដ្ឋកិច្ច? | **មេរៀនទី២៖ អនុគមន៍លោការីត(ត)**<br>**៤. អនុវត្តន៍លើអនុគមន៍លោការីត**<br><br>១.រូបមន្តប្រាប់សរុប ដូចខាងក្រោម៖<br>• $y=a(1+r)^t$ បើ $r$ កើន ឬ ចំណោញ<br>• $y=a(1-r)^t$ បើ $r$ ថយ ឬ ខាត<br><br>**ខ្លឹមសារបញ្ច្រាប**<br>**ឧទាហរណ៍ទី១៖** មនុស្សម្នាក់បានផឹកទឹកកកក្រូចឆ្មារមួយកែវ ដែលមានសារជាតិស្ករចំណុះ130មីលីក្រាម។បើស្ករលាយចូលក្នុងសារពាង្គកាយក្នុងអត្រា11%ក្នុងមួយម៉ោង។<br>តើរយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោង?ទើបសារជាតិស្ករលាយចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្តាលនៃបរិមាណស្ករដែលមាន។ | សិស្សសរសេររូបមន្តចូលក្នុងសៀវភៅ<br>• $y=a(1+r)^t$ បើ $r$ កើន<br>• $y=a(1-r)^t$ បើ $r$ ថយ<br><br>សិស្សសរសេរខ្លឹមសារឧទាហរណ៍១ក្នុងសៀវភៅ<br><br>សិស្សឡើងឆ្លើយសំណួរ<br>**សង្គម៖** មានផលប៉ះពាល់ដល់សុខភាពមនុស្សក្នុងសង្គម ដែលខ្វះការយល់ដឹងពីបញ្ហាសុខភាព។<br>**បរិស្ថាន៖** មានន័យថាការផលិតស្ករមានការកើនឡើង ធ្វើឲ្យរុក្ខជាតិត្រូវបានបំផ្លាញ បើមនុស្សត្រូវការស្ករហួសប្រមាណ។<br>**សេដ្ឋកិច្ច៖** មានន័យថាបើមនុស្សមានសុខភាពមិនល្អកើតជំងឺទឹក |

| | | |
|---|---|---|
| -ចូរប្អូនធ្វើការដោះស្រាយឧទាហរណ៍ខាងល់តាមការពិភក្សាក្រុម<br><br>**ដូច្នេះ**ឧទាហរណ៍នេះបញ្ជាក់ថាការផឹកភេសជ្ជៈដែលមានជាតិស្ករ ដែលត្រូវតាមស្តង់ដាគឺយើងត្រូវគិតពីបរិមាណជាតិស្កររបស់ភេសជ្ជៈនោះ ដែលទាំងអស់នេះធ្វើឲ្យការរស់នៅរបស់យើងមានសុខភាពល្អ និងសេដ្ឋកិច្ចគ្រួសារល្អ។ | **ចម្លើយ៖**<br>រករយៈពេលដែលសារជាតិស្កររលាយចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្តាលនៃបរិមាណស្ករដែលមាន<br>-ប្រើរូបមន្ត $y=a(1-r)^t$ ព្រោះ $r$ ថយដោយ៖<br>$y=\frac{130}{2}=65$ , $r=11\%=0.11$<br>$a=130$<br>**គេបាន**<br>$65=130(1-0.11)^t$<br>$\frac{65}{130}=(1-0.11)^t$<br>$0.5=0.89^t$<br>$\Rightarrow \log 0.5=\log 0.89^t$<br>$\log 0.5=t\log 0.89$<br>$t=\frac{\log 0.5}{\log 0.89}\approx 5.9480$<br>**ដូចនេះ** ដើម្បីឲ្យស្ករជ្រាបចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្តាល គេត្រូវប្រើពេលប្រហែល6ម៉ោង។ | នោមផ្អែម ខ្លាញ់រុំបេះដូង។ល។នាំឲ្យខាតបង់ថវិការច្រើន និងបាត់បង់ធនធាន<br>មនុស្ស។<br>**ចម្លើយ៖** រករយៈពេលដែលសារជាតិស្កររលាយចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្តាលនៃបរិមាណស្ករដែលមាន<br>-ប្រើរូបមន្ត $y=a(1-r)^t$ ព្រោះ $r$ ថយដោយ៖<br>$y=\frac{130}{2}=65$ , $r=11\%=0.11$<br>$a=130$<br>**គេបាន**<br>$65=130(1-0.11)^t$<br>$\frac{65}{130}=(1-0.11)^t$<br>$0.5=0.89^t$<br>$\Rightarrow \log 0.5=\log 0.89^t$<br>$\log 0.5=t\log 0.89$<br>$t=\frac{\log 0.5}{\log 0.89}\approx 5.9480$<br>**ដូចនេះ** ដើម្បីឲ្យស្ករជ្រាបចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្តាល គេត្រូវប្រើពេលប្រហែល6ម៉ោង។ |
| **ជំហានទី៤៖** ពង្រឹងពុទ្ធិ (៧នាទី) | | |

| | | |
|---|---|---|
| **លំហាត់អនុវត្ត៖** ពូសៅបានយកប្រាក់ចំនួន2000000៛ ទៅផ្ញើនៅធនាគារដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់6% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំ ទើបប្រាក់របស់គាត់កើនឡើងពីរដង ?<br><br>**ដូច្នេះតាមលំហាត់អនុវត្តនេះ សំណួរ៖** តើការយកលុយទៅផ្ញើនឹងធនាគារមានផលប្រយោជន៍អ្វីខ្លះដល់សង្គម បរិស្ថាននិងសេដ្ឋកិច្ច ? | **ចម្លើយ៖** រករយៈពេលដែលប្រាក់របស់គាត់កើនឡើងពីរដង<br>-ប្រើរូបមន្ត $y=a(1+r)^t$ ព្រោះrកើនដោយ $y=2\times 2000000=4000000$ ៛<br>$r=6\%=0.06 \quad a=2000000$ ៛<br>គេបាន<br>$4000000=2000000(1+0.06)^t$<br>$2=1.06^t$<br>$\log 2=\log 1.06^t$<br>$\log 2=t\log 1.06$<br>$t=\frac{\log 2}{\log 1.06}=11.89$<br>**ដូចនេះ**ដើម្បីឲ្យប្រាក់របស់គាត់កើនឡើងពីរដងគាត់ត្រូវការរយៈពេលប្រហែល12ឆ្នាំ។ | **ចម្លើយ៖** រករយៈពេលដែលប្រាក់របស់គាត់កើនឡើងពីរដង<br>-ប្រើរូបមន្ត $y=a(1+r)^t$ ព្រោះrកើនដោយ<br>$y=2\times 2000000=4000000$ ៛<br>$r=6\%=0.06 \quad a=2000000$ ៛<br>គេបាន<br>$4000000=2000000(1+0.06)^t$<br>$2=1.06^t$<br>$\log 2=\log 1.06^t$<br>$\log 2=t\log 1.06$<br>$t=\frac{\log 2}{\log 1.06}=11.89$<br>**ដូចនេះ**ដើម្បីឲ្យប្រាក់របស់គាត់កើនឡើងពីរដងគាត់ត្រូវការរយៈពេលប្រហែល12ឆ្នាំ។<br>សិស្សឡើងឆ្លើយសំណួរ<br>**សង្គម៖** កាត់បន្ថយចោរកម្មផ្សេងៗ<br>**បរិស្ថាន៖** កាត់បន្ថយការចាយលុយជាក្រដាស មកចាយលុយអេឡិចត្រូនិច តាមរយៈQR code។ល។<br>**សេដ្ឋកិច្ច៖** ប្រទេសមានការរីកចំរើនដោយសារពលរដ្ឋចេះចាយលុយត្រឹមត្រូវ។<br>**វប្បធម៌៖** ពលរដ្ឋចេះបណ្តុះទម្លាប់ក្នុងការសន្សំលុយ |
| **ជំហានទី៥៖** កិច្ចការផ្ទះ និងបណ្តាំផ្ញើ ( ៥នាទី ) | | |
| ចូរប្អូនធ្វើលំហាត់លេខ8 និង 9 ទំព័រ65 ហើយទំនេរត្រូវជួយធ្វើកិច្ចការឪពុកម្តាយ និងមុនហូបអ្វីត្រូវចេះលាងដៃនឹងសាប៊ូជាមុនសិន។ | ចូរប្អូនធ្វើលំហាត់លេខ8 និង9 ទំព័រ65 ហើយទំនេរត្រូវជួយធ្វើកិច្ចការឪពុកម្តាយ និងមុនហូបអ្វីត្រូវចេះលាងដៃនឹងសាប៊ូជាមុនសិន។ | សិស្សត្រងត្រាប់ស្តាប់គ្រូ និងកត់ចំណងជើងមេរៀនដែលត្រូវអានរួចជម្រាបលាគ្រូទៅផ្ទះ។ |

# មេរៀនទី៤ ៖ ស្ថិតិ (STATISTICS)

## ៤.១.និយមន័យស្ថិតិ ( Definition of Statistics )

- ❖ តើអ្វីទៅដែលហៅថា **ស្ថិតិ** ? ហើយចែកចេញជាប៉ុន្មានប្រភេទ?
- ➢ **ស្ថិតិ** គឺជាវិទ្យាសាស្ត្រនៃការប្រមូលផ្តុំ រៀបចំ បង្ហាញ ធ្វើវិភាគ និងបកស្រាយទិន្នន័យដើម្បីជំនួសសម្រាប់ធ្វើការសម្រេចចិត្តឱ្យកាន់តែមានប្រសិទ្ធភាព។
- ❖ តើស្ថិតិមានតួនាទីអ្វីខ្លះ?
- ការធ្វើសេចក្តីសម្រេចចិត្ត ក្នុងផ្នែកគ្រប់គ្រងដែលពាក់ព័ន្ធទៅនឹង តួរលេខ និង ភាពមិនទៀងទាត់គេតែងត្រូវការជាចាំបាច់នូវស្ថិតិ។ គេអាចប្រើស្ថិតិក្នុង
- ការធ្វើផែនការ ពាណិជ្ជកម្ម វិនិយោគទុន សំណង់អគារ នយោបាយ...រយៈពេលវែង
- ការទស្សន៍ទាយ លក្ខខណ្ឌសេដ្ឋកិច្ច អតិផរណាសាច់ប្រាក់ សន្ទស្សន៍ថ្លៃទំនិញប្រើប្រាស់
- ការជ្រើសរើសគោលនយោបាយរបស់គណៈបក្សនយោបាយ នានា
- ការស្រាវជ្រាវ ដូចជា៖ ផ្នែកពេទ្យ វិស្វកម្ម ការធានារ៉ាប់រង..............
- ការកត់ត្រាផ្សេងៗ.......................។
- ❖ ស្ថិតិ ចែកចេញជាពីរប្រភេទគឺ
- ស្ថិតិពណ៌នា( Descriptive Statistics )
- ស្ថិតិសន្និដ្ឋាន( Inferential Statistics )
- ➢ **ស្ថិតិពណ៌នា** គឺជាវិធីសាស្ត្រនៃការប្រមូលផ្តុំ សង្ខេប បកស្រាយ និងពណ៌នាទិន្នន័យ។ ស្ថិតិពណ៌នាមានដូចជា៖ ការសង់ក្រាប ដ្យាក្រាម តារាង និងការគណនាទំហំពណ៌នាផ្សេងៗ។
- ➢ **ស្ថិតិសន្និដ្ឋាន** គឺជាវិធីសាស្ត្រនៃការវិភាគបន្តបន្ថែមទៀតនូវទិន្នន័យ ដើម្បីទាញចេញនូវសេចក្តីសន្និដ្ឋានចំពោះប៉ូពុយឡាស្យុង ដោយផ្អែកលើព័ត៌មានដែលទទួលបានពីគំរូតាងរបស់ប៉ូពុយឡាស្យុងនោះ។

**ឧទាហរណ៍៖** ឧបមាថា លទ្ធផលការប្រឡងចូលវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំបានបង្ហាញថា 70% នៃអ្នកប្រឡងជាប់ជាស្ថាពរជានិស្សិត។ បើអ្នកបេក្ខជនជានិស្សិតម្នាក់ក្នុងចំណោមនោះហើយឱកាសប្រឡងជាប់របស់អ្នកមានលើសពី80%។ គេបាន៖ 70%នៃអ្នកប្រឡងជាប់ជាស្ថាពរជានិស្សិត ជាស្ថិតិពណ៌នាហើយឱកាសប្រឡងជាប់របស់អ្នកមានលើសពី80% ជាស្ថិតិសន្និដ្ឋាន

## ៤.២.ប៉ូពុយឡាស្យុង និងគំរូ

**ក. ប៉ូពុយឡាស្យុង**(Population) (ឬ សាកលស្ថិតិ ) គឺជាសំណុំនៃវត្ថុ ឬ ធាតុទាំងឡាយណា ដែលគេយកមកធ្វើការអង្កេត ។ ហើយ **ធាតុ** (Element or Individual) ជាឯកតានីមួយៗរបស់ប៉ូពុយឡាស្យុង។

**ឧទាហរណ៍៖** បើគេចង់សិក្សាបៀវត្សកម្មករនៃរោងចក្រមួយ គេបាន

- កម្មករទាំងអស់នោះបង្កើតបានជាសំណុំមួយ ហៅថា ប៉ូពុយឡាស្យុង
- កម្មករម្នាក់ៗ ហៅថា ធាតុ ។

**ខ. គំរូ**(Sample) គឺជាសំណុំរងនៃប៉ូពុយឡាស្យុងដែលត្រូវបានគេលើកយកមកសិក្សា។

**ឧទាហរណ៍៖** ឧបមាថា មុនការបោះឆ្នោតក្នុងខេត្តមួយមានអ្នកចុះឈ្មោះក្នុងបញ្ជី 57824 នាក់។ បើគេជ្រើសរើសអ្នកចុះឈ្មោះចំនួន 1000 នាក់ មកធ្វើការស្ទង់មតិ នោះអ្នកចុះឈ្មោះចំនួន 1000នាក់ ហៅថា គំរូ ។

**គ. អថេរស្ថិតិ** (Statistical Variables) គឺជាកម្មវត្ថុដែលគេដាក់សម្រាប់សិក្សាជាតុរបស់ប៉ូពុយឡាស្យូង។ គេតាងអថេរដោយអក្សរ $X, Y, ......$ ។ គេចែកអថេរជាពីរប្រភេទគឺ

- អថេរគុណភាព(Qualitative Variable)គឺជាអថេរដែលមិនមែនជាតម្លៃលេខ(Attribute)។
- អថេរបរិមាណ(Quantitative Variable)គឺជាអថេរដែលមានតម្លៃជាលេខ(Numeric) ហើយអថេរបរិមាណចែកចេញជាពីរប្រភេទគឺ
  - អថេរបរិមាណដាច់( Disrete ) ដែលកើតមកពីការរាប់(Count )
  - អថេរបរិមាណជាប់(Continous) ដែលកើតឡើងមកពីការវាស់(Measure)។

**ឧទាហរណ៍៖** ក្នុងការត្រួតពិនិត្យមើលអវត្តមានរបស់សិស្សថ្នាក់ទី១២ គេបានចំនួនអវត្តមានរបស់សិស្ស ហៅថា អថេរស្ថិតិ ។

**ឧទាហរណ៍៖** - ចំនួនកូនក្នុងបន្ទុក ប្រវែង បៀវត្ស ស្តុក..... ជាអថេរបរិមាណ ។

- ភេទ គុណភាព មុខរបរ សញ្ជាតិ... ជាអថេរគុណភាព។

**ឧទាហរណ៍៖** ចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារមួយ ជាអថេរបរិមាណដាច់ ហើយ $X = 0, 1, 2, .......$ ។

**ឧទាហរណ៍៖** បើ $X$ រយៈពេលនៃការភ្ជាប់ទូរស័ព្ទរបស់អតិថិជន ទៅស្តង់ដានៃក្រុមហ៊ុន នោះ $X$ ជាអថេរបរិមាណជាប់។

**ឧទាហរណ៍៖** គុណភាពផលិតដែលផលិតដោយម៉ាស៊ីនមួយ ជាអថេរគុណភាព ព្រោះតម្លៃអង្កេតរបស់វាអាចជា ខូច ឬ ល្អ ។

**ឃ. បំណែងចែកប្រេកង់**( Frequency Distribution) គឺជាតារាងមួយដែលកើតមកពីការផ្តុំជាចំណាត់ថ្នាក់ ដោយរួមទាំងចំនួនដងនៃការ អង្កេតដែលត្រូវនឹងថ្នាក់នីមួយៗទៀតផង។ ហើយចំណាត់ថ្នាក់នោះមិនត្រួតលើគ្នាទេ។

- **ចំពោះអថេរដាច់**
  - ទិន្នន័យ ឬ ខុសៗគ្នាអថេរ $X$ ហៅថា តម្លៃអាច តាងដោយ $(x_i)_{1\le i\le n}$
  - ចំនួនជាតុនៃតម្លៃអាច $x_i$ ហៅថា ប្រេកង់ នៃតម្លៃអាច $x_i$ តាងដោយ $f_i$
  - ជាតុទាំងអស់នៃសាកលស្ថិតិ ឬ ជាផលបូកប្រេកង់ទាំងអស់ ហៅថា ប្រេកង់សរុប តាងដោយ $N$ ឬ $n$ ។
  - ផលធៀប $\frac{f_i}{N}$ ឬ $\frac{f_i}{n}$ ហៅថា ប្រេកង់ធៀប

គេបានតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

| អថេរ $X$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | .......... | $x_k$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ $f$ | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $f_4$ | .......... | $f_k$ |
| ប្រេកង់ធៀប $\frac{f}{N}$ | $\frac{f_1}{N}$ | $\frac{f_2}{N}$ | $\frac{f_3}{N}$ | $\frac{f_4}{N}$ | .......... | $\frac{f_k}{N}$ |

**ឧទាហរណ៍៖** នាយកសាលាត្រូវការត្រួតពិនិត្យមើលចំនួនអវត្តមានរបស់សិស្សថ្នាក់ទី១២។ឧបមាថា គេត្រួតពិនិត្យក្នុងថ្នាក់រៀនមួយដែលមានសិស្ស 40 នាក់ ដោយកត់ត្រាចំនួនដងនៃអវត្តមានប្រចាំខែរបស់សិស្សម្នាក់ៗគឺ

5 , 1 , 0 , 2 , 3 , 0 , 1 , 1 , 4 , 2, 2 , 0 , 1 , 2 , 5 , 5 , 4 , 5 , 1 ,3,
1, 2 , 4 , 3 , 5 , 0 , 1 , 2 , 2 , 5, 2 , 0 , 2 , 4 , 5 , 3 , 1, 2 , 3 , 5

ក. រកប៉ូពុយឡាស្យុង និង គំរូតាងទិន្នន័យខាងលើ

ខ. រកជាតុ និង ប្រាប់ប្រភេទនៃអថេរ ។ រួចទាញរកតម្លៃអាចនៃអថេរនោះ។

គ. រកប្រេកង់សរុប។ រួចសង់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យខាងលើ។

**ចម្លើយ៖** ក. - ចំនួនសិស្សថ្នាក់ទី១២ទាំងអស់ ជាប៉ូពុយឡាស្យុង

- សិស្ស 40នាក់ ជាគំរូតាង

ខ. - សិស្សម្នាក់ៗជាជាតុ

- ចំនួនអវត្តមានគឺជាអថេរ( អថេរបរិមាណដាច់ )
- តម្លៃរបស់អថេរគឺ $x_i = 0,1,2,3,4,5$

គ. - ចំនួនសិស្ស 40នាក់ ជាប្រេកង់សរុបតាងដោយ $n = 40$

- បំណែងចែកប្រេកង់

| អថេរ $(x_i)$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ $(f_i)$ | 5 | 8 | 10 | 5 | 4 | 8 |

**និយមន័យ៖**

- ប្រេកង់កើន គឺជាការបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម។
- ប្រេកង់ចុះគឺជាការយកប្រេកង់សរុប ដកនឹងប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម។
- ប្រេកង់ធៀបកើន គឺជាការបូកប្រេកង់ធៀបបន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម។
- ប្រេកង់ធៀបចុះ គឺជាការយកប្រេកង់សរុប ដកនឹងប្រេកង់ធៀបបន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម។

**ឧទាហរណ៍៖** ដោយប្រើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ខាងលើ ចូរសង់ប្រេកង់កើន ប្រេកង់ថយ ប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់ធៀបកើន និងប្រេកង់ធៀបថយ ។

យើងបាន៖

| អថេរ $x$ | ប្រេកង់ $f$ | ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ | ប្រេកង់ថយ $f^{\downarrow}$ | ប្រេកង់ធៀប $f\%$ | ប្រេកង់ធៀបកើន $f\%^{\uparrow}$ | ប្រេកង់ធៀបថយ $f\%^{\downarrow}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 5 | 40 | 12.50 | 12.50 | 100 |
| 1 | 8 | 13 | 35 | 20 | 32.50 | 87.50 |
| 2 | 10 | 23 | 27 | 25 | 57.50 | 67.50 |
| 3 | 5 | 28 | 17 | 12.50 | 70 | 42.50 |
| 4 | 4 | 32 | 12 | 10 | 80 | 30 |
| 5 | 8 | 40 | 8 | 20 | 100 | 20 |
| សរុប | 40 | | | 100 | | |

❖ **ចំពោះអថេរដាច់៖** ទិន្នន័យមានទម្រង់ជាចន្លោះ ដែល

- ចន្លោះនីមួយៗដែលផ្ទុំទិន្នន័យគឺ ចាប់ពី......ដល់តិចជាង......នៃអថេរស្ថិតិ ហៅថាថ្នាក់។

ឧទាហរណ៍៖ ថ្នាក់នីមួយៗមានទម្រង់ $[a,b[$ ឬ $[a,b)$ ឬ $a-b$ ។

- តម្លៃដែលនៅកណ្តាលថ្នាក់ទី $i$ ហៅថា ផ្ចិតទី $i$ តាងដោយ $x_i$
- ប្រវែងថ្នាក់នីមួយៗហៅថា អំព្លីទុត
- ចំនួនធាតុដែលមានតម្លៃអាចក្នុងថ្នាក់ទី $i$ ហៅថាប្រេកង់ថ្នាក់ $i$ តាងដោយ $f_i$
- ធាតុទាំងអស់នៃសាកលស្ថិតិ ឬជាផលបូកប្រេកង់ទាំងអស់ ហៅថាប្រេកង់សរុប តាងដោយ $N$ ឬ $n$
- ផលធៀប $\frac{f_i}{N}$ ឬ $\frac{f_i}{n}$ ហៅថាប្រេកង់ធៀប

គេបានតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

| ថ្នាក់ | $[a_0,a_1[$ | $[a_1,a_2[$ | ……… | $[a_{i-1},a_i[$ | ……… | $x_k$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ផ្ចិត | $x_1$ | $x_2$ | ……… | $x_i$ | ……… | $x_k$ |
| ប្រេកង់ $f$ | $f_1$ | $f_2$ | ……… | $f_i$ | ……… | $f_k$ |
| ប្រេកង់ធៀប $\frac{f}{N}$ | $\frac{f_1}{N}$ | $\frac{f_2}{N}$ | ……… | $\frac{f_i}{N}$ | ……… | $\frac{f_k}{N}$ |

**ការរៀបចំទិន្នន័យជាថ្នាក់**

ក្នុងការសិក្សាស្រាវជ្រាវតែងតែមានការធ្វើអង្កេតជាច្រើន ដែលអាចធ្វើឱ្យមានការលំបាកក្នុងការរៀបចំទិន្នន័យ។ ហេតុនេះដើម្បីឱ្យមានភាពងាយស្រួល គេត្រូវរៀបចំទិន្នន័យនោះជាថ្នាក់វិញ។

**វិធាន៖** ដើម្បីរៀបចំទិន្នន័យមួយជាថ្នាក់ គេត្រូវរក៖

- ចំនួនថ្នាក់ (ចំនួនថ្នាក់ $k$ គឺរកតាម $k=\sqrt{n}$ ឬ $2^k>n$ ដែល $n$ ជាប្រេកង់សរុប)
- ប្រវែងចន្លោះថ្នាក់ $k$ គឺរកតាម $i=\frac{H-L}{k}$ ឬ $i>\frac{H-L}{k}$ (ដែល $N$ និង $L$ ជាតម្លៃទិន្នន័យធំបំផុត និងតូចបំផុតរៀងគ្នា)

**ឧទាហរណ៍៖** ក្នុងការត្រួតពិនិត្យទម្ងន់សិស្សទី១១ ដោយគេកត់ត្រាទម្ងន់(គិតជា $kg$ )របស់សិស្សម្នាក់ៗគឺ

44,56,41,53,60, 38,54,49,59,43, 55,37,42,49,42, 47,55,56,60,41
43,51,47,54,40, 53,42,51,41,44, 37,59,55,40,60, 44,55,41,40,54

ចូរបង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យខាងលើ។

**ចម្លើយ៖**

ដោយសារទិន្នន័យមានតម្លៃអង្កេតច្រើន ដូចនេះយើងត្រូវរៀបចំទិន្នន័យជាថ្នាក់វិញល្អជាង។

ប្រេកង់សរុប $n=40$

តម្លៃអង្កេតតូចបំផុត $L=37$

តម្លៃអង្កេតធំបំផុត $H=60$ គេបាន៖

ចំនួនថ្នាក់ $k$ គឺរកតាម $k=\sqrt{n}=\sqrt{40}=6.32$ ។ យើងយកចំនួនថ្នាក់ $k=6$

ចន្លោះថ្នាក់ $i$ គឺរកតាម $i=\frac{H-L}{k}=\frac{60-37}{6}=\frac{23}{6}=3.83$ ។ យើងយកចន្លោះថ្នាក់ $i=4$

យើងបានបំណែងចែកប្រេកង់ ដូចខាងក្រោម៖

| ថ្នាក់ | $[37-41[$ | $[41-45[$ | $[45-49[$ | $[49-53[$ | $[53-57[$ | $[57-61[$ |
|---|---|---|---|---|---|---|

| ផ្ចិត ($x_i$) | 39 | 43 | 47 | 51 | 55 | 59 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ ($f_i$) | 7 | 11 | 2 | 4 | 11 | 5 |

## ៤.៣. ការគូសប្រេកង់ជាក្រាប

ការបង្ហាញលទ្ធផលនៃទិន្នន័យតាមក្រាភិចមានច្រើនបែប។ ប៉ុន្តែយើងកំណត់យកតែក្រាភិចដែលជាគំរូប៉ុណ្ណោះ។

- ដ្យាក្រាមសសរ (*Bar Chart*)៖ មានទម្រង់ជាចតុកោណកែងបញ្ឈរដាច់ពីគ្នា ដែលត្រូវបានគេប្រើជាមួយអថេរ បរិមាណដាច់។
- ដ្យាក្រាមផ្ចិត(*Pie Chart*)៖ ជាថាសមួយដែលត្រូវបានគេពុះជាផ្នែកៗ ហើយផ្នែកនីមួយៗមានមុំផ្ចិតសមមូលនឹងប្រេកង់នៃថ្នាក់នីមួយៗ។ ដ្យាក្រាមផ្ចិត ត្រូវបានគេប្រើជាមួយអថេរបរិមាណដាច់ និងអថេរគុណភាព។
- អ៊ីស្តូក្រាម (*Histogram*)៖ គឺជាការផ្គុំឡើងដោយចតុកោណកែងបញ្ឈរបន្តបន្ទាប់ជាប់គ្នាដោយគ្មានចន្លោះ ។ អ៊ីស្តូក្រាមត្រូវបានគេប្រើជាមួយអថេរបរិមាណដាច់។
- ពហុកោណ (*Polygon*)៖ មានទម្រង់ជាអង្កត់ដាច់ ដែលត្រូវគូសភ្ជាប់គ្នាកាត់ចំណុចកណ្តាលនៃកំពូលចតុកោណកែង។ ពហុកោណប្រេកង់ត្រូវបានគេប្រើជាមួយ អថេរបរិមាណដាប់។
- ខ្សែកោង (*Curve*)

**ឧទាហរណ៍៖** គេមានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម៖

| ថ្នាក់ | 0 - 4 | 4 - 8 | 8 - 10 | 10 - 12 | 12 - 14 | 14 -20 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ ($f_i$) | 4 | 10 | 4 | 8 | 6 | 6 |

ចូរសង់ក្រាបតាងទិន្នន័យខាងលើជាអ៊ីស្តូក្រាម ពហុកោណ

## ៤.៤. មធ្យមភាគ ឬ រង្វាស់តម្លៃកណ្តាល (*Average or Measure or Central Tendency*)

រង្វាស់សម្គាល់ទីតាំង ដែលត្រូវបានលើកយកមកសិក្សានៅពេលនេះរួមមាន

- ម៉ូត (*Mode*)
- មធ្យមនព្វន្តឬមធ្យម (*Arthmetic Average or Mean*)
- មេដ្យាន (*Mediam*)
- មធ្យមធរណីមាត្រ (*Geometric Mean*)
- មធ្យមអាកម៉ូនិច (*Harmonic Mean*)

### ៤.៤.១ ម៉ូត ( Mode )

**និយមន័យ៖** ម៉ូតគឺជាតម្លៃនៃអថេរ ដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ។ គេតាងវាដោយ *Mo*

❖ **ចំពោះអថេរដាច់**

ឧទាហរណ៍៖ គេមានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម៖

| ថ្នាក់ ($x_i$) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|

| ប្រេកង់ $(f_i)$ | 3 | 5 | 11 | 8 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|

**ចម្លើយ៖** ម៉ូតគឺ $Mo = 2$

**ឧទាហរណ៍៖**រកម៉ូតនៃទិន្នន័យ $0, 1, 2, 7, 2, 3, 7, 6, 6, 2, 6, 0, 5, 6, 2$ ។

**ចម្លើយ៖** ម៉ូតគឺ $Mo = 2$ , $Mo = 6$

**ឧទាហរណ៍៖**រកម៉ូតនៃទិន្នន័យ $2, 1, 2, 4, 1, 3, 7, 6, 5, 7, 6, 0, 5, 3, 0, 4$ ។

**ចម្លើយ៖** គ្មានម៉ូតទេ

**សម្គាល់៖** ចំពោះទិន្ន័យមួយដែលមានប្រេកង់ស្មើគ្នា នោះគេថាទិន្នន័យនេះគ្មានម៉ូតទេ។

- **ចំពោះអថេរដាច់៖** បើទិន្នន័យជាថ្នាក់មួយមាន $[a,b[$ ជាថ្នាក់នោះ ម៉ូតនៃទិន្នន័យនេះគឺ

$$Mo = a + \frac{f - f_{a^-}}{2f - f_{a^-} - f_{a^+}} \times (b-a)$$ ដែល

$f$ :ប្រេកង់ថ្នាក់ម៉ូត

$f_{a^-}$ :ប្រេកង់របស់ថ្នាក់ មុនបន្ទាប់នៃថ្នាក់ម៉ូត

$f_{a^+}$ :ប្រេកង់របស់ថ្នាក់ ក្រោយបន្ទាប់នៃថ្នាក់ម៉ូត

**ឧទាហរណ៍** ៖ មានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម

| អាយុ | $0-6$ | $6-12$ | $12-18$ | $18-24$ | $24-30$ | $30-36$ | $36-42$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ $f_i$ | 6 | 11 | 25 | 35 | 18 | 12 | 6 |

យើងបាន $18-24$ ជាថ្នាក់ម៉ូត ព្រោះថ្នាក់នេះមានប្រេកង់ធំជាងគេ ចំនួន $35$ ហើយម៉ូតគឺ $M_o = 20.22$ ។

**សម្គាល់៖** ចំពោះអថេរដាប់ក៏អាចមានម៉ូតលើសពីមួយដែរ។

## ៤.៤.២. មធ្យម ឬមធ្យមនព្វន្ត( Mean or Arithmetic average ) គេតាងដោយ $(\overline{X})$

- **ចំពោះអថេរដាច់**

- បើ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ជា $n$ ទិន្នន័យ នោះ មធ្យម $\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$
- បើ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ជា $n$ ទិន្នន័យមានប្រេកង់ $f_1, f_2, \ldots, f_n$ រៀងគ្នា នោះមធ្យម

$$\overline{X} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \cdots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

**ឧទាហរណ៍៖** មធ្យមនៃទិន្នន័យ $20, 22, 25, 28, 30$ គឺ $\overline{X} = \frac{20+22+25+28+30}{5} = 25$

**ឧទាហរណ៍៖** មធ្យមនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

| អថេរ | 8 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 5 | 8 | 8 | 4 |

**គឺ** $\overline{X} = \frac{8 \cdot 5 + 10 \cdot 8 + 15 \cdot 8 + 20 \cdot 4}{5+8+8+4} = \frac{320}{25} = 12.8$

❖ **ចំពោះអថេរដាច់**

បើទិន្នន័យមួយមាន $n$ ថ្នាក់ដែលមានអំព្លីតុតស្មើគ្នា និង $x_1$ , $x_2$ ,…, $x_n$ ជាផ្ចិតនៃថ្នាក់ហើយមានប្រេកង់ $f_1$, $f_2$ ,… , $f_n$ រៀងគ្នា នោះមធ្យម

$$\overline{X} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \cdots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

**ឧទាហរណ៍៖** មធ្យមនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

| ថ្នាក់ | $0-10$ | $10-20$ | $20-30$ | $30-40$ | $40-50$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ផ្ចិត | 5 | 15 | 25 | 35 | 5 |
| ប្រេកង់ $(f_i)$ | 5 | 8 | 20 | 10 | 5 |

**គឺ** $\overline{X} = \frac{5□7+15□8+25□20+35□10+45□5}{7+8+20+10+5} = 24.6$

**សម្គាល់៖** មធ្យម

- គណនាបានចំពោះតែអថេរបរិមាណ
- សំនុំនៃទិន្នន័យមួយមានមធ្យមតែមួយ
- មធ្យមត្រូវបានគេប្រើសម្រាប់ប្រៀបធៀប
- ផលបូក $\sum\left(x_1 - \overline{X}\right) = 0$
- មធ្យមប៉ះពាល់ដោយតម្លៃតូចឬធំបំផុត (Extremely Value)

### ៤.៤.៣. មេដ្យាន ( Median )

**មេដ្យាន** គឺជាតម្លៃរបស់អថេរស្ថិតនៅកណ្តាលគេ ដែលត្រូវបានរៀបតាមលំដាប់កើន ឬចុះ តាងដោយ Me ។

❖ **ចំពោះអថេរដាច់៖** គេឱ្យទិន្នន័យមួយមាន $n$ តម្លៃអង្កេត

- បើ $n$ ជាចំនួនសេស នោះ មេដ្យាន ជាតម្លៃអថេរដែលស្ថិតនៅតួទី $\frac{n+1}{2}$
- បើ $n$ ជាចំនួនគូ នោះ មេដ្យាន គឺអថេរដែលតម្លៃមធ្យមរវាងអថេរស្ថិតនៅតួទី $\frac{n}{2}$ និងតួទី $\frac{n}{2}+1$ ។

**ឧទាហរណ៍៖** រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យខាងក្រោម

ក. 6 , 8 , 9 ,10 , 11 , 12 , 13

ខ. 1 , 4 , 2 ,5 , 8 , 6 , 10 , 14

ចម្លើយ៖ (ទុកជាលំហាត់)

**ឧទាហរណ៍៖** រកតម្លៃមេដ្យាននៃទិន្នន័យខាងក្រោម

| អវត្តមាន | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 29 | 224 | 465 | 582 | 634 | 644 | 650 | 653 | 655 |

ចម្លើយ៖ $Me = 12.15$

❖ **ចំពោះអថេរដាច់**

ចំពោះទិន្នន័យមួយជាថ្នាក់ បើ $[a,b[$ ជាថ្នាក់មេដ្យាន នោះ មេដ្យាននៃទិន្នន័យគឺ

$$Me = a + \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \times (b-a)$$ ដែល

$n$ ជាប្រេកង់សរុប

$f$ ជាប្រេកង់ថ្នាក់មេដ្យាន

$F$ ជាប្រេកង់សរុបថ្នាក់មុនមេដ្យាន

**សម្គាល់៖** លក្ខណៈរបស់មេដ្យាន

- អថេរគុណភាពខ្លះអាចមានមេដ្យាន (បើយើងអាចរៀបវាជាលំដាប់បាន)
- សំនុំនៃទិន្នន័យមួយមានមេដ្យានតែមួយ
- មេដ្យានត្រូវបានគេប្រើសំរាប់ប្រៀបធៀប នៅពេលមាន (Extremely Value)
- មេដ្យានមិនប៉ះពាល់ដោយតំលៃតូចឬធំបំផុតទេ (Extremely Value)
- បើ $M_o = M_e = \overline{X}$ នោះបំណែងចែកប្រេកង់មានលក្ខណៈឆ្លុះ (Symmetry)
- បើ $M_o < M_e < \overline{X}$ នោះបំណែងចែកប្រេកង់មានលក្ខណៈទេទៅផ្នែកខាងស្តាំ
- បើ $M_o > M_e > \overline{X}$ នោះបំណែងចែកប្រេកង់មានលក្ខណៈទេទៅផ្នែកខាងឆ្វេង

### ៤.៤.៤. មធ្យមធរណីមាត្រ (Geometric Mean)

បើ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ជា $n$ តម្លៃនៃអថេរ $x$ នោះ មធ្យមធរណីមាត្រគឺ $G.M = (x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n)^{\frac{1}{n}}$

**ឧទាហរណ៍៖** តម្លៃមធ្យមធរណីមាត្រនៃទិន្នន័យ $4, 8, 16$ គឺ $G.M = (4 \cdot 8 \cdot 16)^{\frac{1}{3}} = 8$

### ៤.៥. រង្វាស់ពង្រាយ (Measure of Dispersion)

ក្នុងការធ្វើរង្វាស់សម្គាល់ទីតាំង ដើម្បីសិក្សាលើសំនុំនៃទិន្នន័យ ឬ ដើម្បីប្រៀបធៀបសំនុំនៃទិន្នន័យពីរមិនមានលក្ខណៈគ្រប់គ្រាន់នោះទេ។ យើងត្រូវសិក្សាលើរង្វាស់សម្គាល់ពង្រាយបន្ថែមទៀត។ រង្វាស់សម្គាល់ពង្រាយដែលយើងត្រូវសិក្សានៅពេលនេះមាន៖ រ៉ង់ (Range) គំលាតមធ្យម (Mean Deviation) វ៉ារ្យង់ (Variance) និង គំលាតគម្រូ(Standard Deviation)។

### ៤.៥.១. រ៉ង់ (Range)

**រ៉ង់** គឺជាផលសងរវាង តំលៃធំបំផុត និង តូចបំផុតនៃទិន្នន័យ $(Range = H - L)$

**ឧទាហរណ៍៖** គណនារ៉ង់នៃទិន្នន័យ 35 , 42 , 25 , 63 , 74 , 54, 82 , 47 , 31 , 55 ។

**ចម្លើយ៖** $Range = 82 - 31 = 51$

**ឧទាហរណ៍៖** គណនារ៉ង់នៃទិន្នន័យខាងក្រោម

| ថ្នាក់ | $0-6$ | $6-12$ | $12-18$ | $18-24$ | $24-30$ |
|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 9 | 10 | 12 | 9 | 5 |

ចម្លើយ៖ (ទុកជាលំហាត់)

### ៤.៥.២ គំលាតមធ្យម (Average Deviation or Mean Deviation)

គេឱ្យ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ជាតម្លៃ $n$ អង្កេត ដែលមានប្រេកង់ $f_1, f_2, \ldots, f_n$ រៀងគ្នា។

បើ $\overline{X}$ ជាមធ្យមនៃទិន្នន័យ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ នោះ គំលាតមធ្យម $= \dfrac{\sum f_i \left|x - \overline{X}\right|}{\sum f_i}$

**ឧទាហរណ៍៖** គណនាគំលាតមធ្យមនៃបំណែងប្រេកង់ខាងក្រោម

| ថ្នាក់ | $0-6$ | $6-12$ | $12-18$ | $18-24$ | $24-30$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 9 | 10 | 12 | 9 | 5 |

**ចម្លើយ៖** គំលាតមធ្យម $= 6.3$

### ៤.៥.៣.វ៉ារ្យង់ (Variance)

- ចំពោះទិន្នន័យ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ជាតម្លៃអង្កេតនៃសាកលស្ថិតិទំហំ $n$ មានមធ្យម $\mu$ នោះ វ៉ារ្យង់

$$\sigma^2 = Var(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}$$

- ចំពោះទិន្នន័យ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ជាតម្លៃអង្កេតនៃសាកលស្ថិតិទំហំ $n$ ដែលមានប្រេកង់ $f_1, f_2, \ldots, f_n$ រៀងគ្នា ហើយមានមធ្យម $\mu$ នោះ

វ៉ារ្យង់ $\sigma^2 = Var(X) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 \cdot f_i}{n}$

**សម្គាល់៖** គេហៅ $PCV = \dfrac{\sigma}{\mu}$ ថាជាមេគុណបម្រែបម្រួលសាកលស្ថិតិ

**ឧទាហរណ៍៖** រកវ៉ារ្យង់ និង គំលាតស្តង់ដា នៃទិន្នន័យ 2 , 1 , 4 , 5 , 3 , 7 , 9 ។

**ចម្លើយ៖** (ជាលំហាត់)

**ឧទាហរណ៍៖** រកវ៉ារ្យ៉ង់ និង គំលាតស្តង់ដានៃទិន្នន័យខាងក្រោម

| ថ្នាក់ | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 3 | 6 | 9 | 13 | 8 | 5 | 4 |

ចម្លើយ៖(ជាលំហាត់)

**ឧទាហណ៍៖** រកប្រេកង់ និង គំលាតគំស្តង់ដានៃទិន្នន័យខាងក្រោម

| ថ្នាក់ | 0-6 | 6-12 | 12-18 | 18-24 | 24-30 |
|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 9 | 10 | 12 | 9 | 5 |

**ចម្លើយ៖** ( ជាលំហាត់ )

### ៤.៥.៤. គំលាតគំរូ ( Sample Deviation )

- ចំពោះទិន្នន័យ $x_1, x_2, .....,x_n$ ជាតម្លៃអង្កេតនៃសាកលស្ថិតិទំហំ $n$ មានមធ្យម $\overline{X}$ នោះវ៉ារ្យង់

$$S^2(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

- ចំពោះទិន្នន័យ $x_1, x_2, .....,x_n$ ជាតម្លៃអង្កេតនៃសាកលស្ថិតិទំហំ $n$ ដែលមានប្រេកង់ $f_1, f_2, ....., f_n$ រៀងគ្នាហើយមានមធ្យម $\overline{X}$ នោះវ៉ារ្យង់ $S^2(X) = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \overline{X}\right)^2 f}{n-1}$

**សម្គាល់៖**

- $x_i$ ជាតម្លៃអង្កេតឬកណ្តាលថ្នាក់
- $k$ ជាចំនួនតម្លៃអង្កេតឬចំនួនថ្នាក់
- $f_i$ ជាប្រេកង់នៃតម្លៃអាចឬប្រេកង់ថ្នាក់

**វិបាក៖** គេហៅ $SCV = \dfrac{S(X)}{\overline{X}}$ ថាជាមេគុណបម្រែបម្រួលគំរូស្ថិតិ

**ឧទាហរណ៍៖** រកគំលាតគំរូនៃទិន្នន័យ $4, 2, 1, 7, 0, 5, 8,$ ។

**ចម្លើយ៖** ( ជាលំហាត់ )

**ឧទាហរណ៍៖** រកគំលាតគំរូនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

| ថ្នាក់ | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 3 | 6 | 9 | 13 | 8 | 5 | 4 |

ចម្លើយ៖ ( ជាលំហាត់ )

**ឧទាហរណ៍៖** រកគំលាតគំរូនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

| ថ្នាក់ | 0-6 | 6-12 | 12-18 | 18-24 | 24-30 |
|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 9 | 10 | 12 | 9 | 5 |

**ចម្លើយ៖** ( ជាលំហាត់ )